ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» ПО ФИЗИКЕ.
2012/13 учебный год, ЗАДАНИЕ ЗАОЧНОГО ТУРА. 7-9 классы.

1. («Встречные электрички»: **7***) Две одинаковые электрички, каждая из которых состояла из $N = 15$ вагонов, ехали навстречу друг другу. Скорость одной из них (будем считать ее «первой») равнялась $v_1 = 17$ м/с. В тот момент, когда электрички встретились, помощник машиниста первой электрички побежал из кабины, расположенной в «голове» электрички, вдоль состава с постоянной скоростью $u = 2$ м/с. Он как раз успел добежать до конца первого вагона своей электрички, когда мимо него проехал «хвост» второй электрички. Какова скорость второй электрички? Ответ запишите в м/с, округлив до целого значения.

   Решение:

   Пусть L - длина вагона электрички. Тогда время, за которое помощник машиниста первой электрички добежал до конца первого вагона $t = \frac{L}{u}$. Вторая электричка, двигаясь относительно первой со скоростью $v_1 + v_2$, за это время сместилась относительно нее на расстояние $s = (N+1)L$, то есть $t = \frac{(N+1)L}{v_1 + v_2}$. Из этих соотношений находим:

   $$\frac{L}{u} = \frac{(N+1)L}{v_1 + v_2} \Rightarrow v_2 = (N+1)u - v_1 = 15 \text{ м/с.}$$

   ОТВЕТ: 15.

2. («Не все то золото»: **7**) Имеется 10 мешочков с золотыми монетами. В каждом мешочке находится по 1000 монет. В одном мешочке все монеты – фальшивые (изготовлены не из чистого золота), а в остальных все монеты настоящие. Настоящая монета весит 12,00 г, а фальшивая на 0,42 г легче. Вам необходимо с помощью **одного** взвешивания **наверняка** определить, в каком из мешочков находятся фальшивые монеты (для этой цели можно достать любое количество монет из любого мешочка). Какими должны быть характеристики весов, чтобы с их помощью можно было это сделать? В качестве первого ответа укажите (в граммах) минимальное кратное 100 значение верхней границы диапазона масс, которые можно взвешивать на таких весах, а в качестве второго запишите (также кратное 100, но в миллиграммах) максимальное допустимое значение погрешности измерения массы этими весами.

Решение:

Определить номер мешка с фальшивыми монетами одним взвешиванием можно следующим способом: занумеровав мешки, надо взять из первого мешка 1 монету, из второго – 2, из третьего – 3, и так далее до девятого мешка. Взвесив набранные монеты (их будет 1+2+3+…+9=45 штук), надо определить «дефицит» массы в граммах:

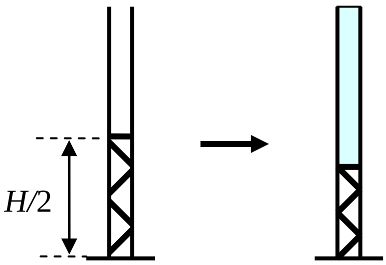
$$\Delta M = 12 \cdot 45 - M = 540 - M\ .$$

Ясно, что номер искомого мешка $n = \frac{\Delta M}{0{,}42}$ (ясно, что из-за наличия погрешности измерения массы результат надо будет округлить до целого), а если $\Delta M = 0$, то фальшивые монеты – в десятом мешке. Заметим, что с точки зрения минимальности верхней границы диапазона весов этот алгоритм – самый выгодный! Таким образом, весы должны позволять взвешивать грузы до 540 г, то есть требуемое «минимальное кратное 100 значение верхней границы диапазона масс» $\overline{M}_{\min} = 600$ г. Погрешность определения массы должна быть такова, чтобы позволить гарантированно отличить, например, 540 г от 540-0,42=539,58 г, то есть не должна превышать половины расстояния между ними: $\delta M < 0{,}21$ г. Поэтому максимальное кратное 100 в миллиграммах допустимое значение погрешности $\delta M_{\max} = 200$ мг.

ОТВЕТ: 600, 200.

Примечание: можно понять второй вопрос задачи несколько по-другому, а именно: можно считать, что он задан <u>независимо</u> от первого. Тогда можно обойтись весами с гораздо худшей точностью, но более широким интервалом допустимых масс. Наименее строгие требования к точности получатся, если из первого мешка взять 111 монет, из второго – 222, и т.д. до девятого (999 монет). Всего придется взвешивать 4995 монет, и понадобятся весы с диапазоном до 60 кг! Но зато допустимая ошибка взвешивания должна быть меньше половины от разности масс 111 настоящих и фальшивых монет, то есть 23300 мг). Итак, возможный вариант ответа: **600, 23300**.

3. («До самого края»: **7**). Мензурка высотой $H = 20$ см установлена вертикально. В нижней ее половине находится пружина жесткостью $k = 14$ Н/м, закрытая сверху тонкой легкой непроницаемой для воды крышечкой, которая без трения может перемещаться внутри мензурки. Сколько грамм воды плотностью $\rho = 1$ г/см^3 надо аккуратно налить в мензурку сверху, чтобы заполнить ее до верхнего края? Площадь поперечного сечения мензурки $S = 4$ см^2. Для расчетов принять $g = 10$ Н/кг. Давление воздуха не учитывать (считать, что воздух выходит из объема с пружиной ровно настолько, чтобы давление не изменялось).



Решение:

Обозначим величину деформации пружины в состоянии, при котором вода налита до самого края, символом x. Ясно, что масса налитой воды $m = \rho S\left(\frac{H}{2} + x\right)$, а ее вес уравновешивается силой упругости пружины

$$mg = \rho S\left(\frac{H}{2} + x\right)g = kx \Rightarrow x = \frac{\rho SHg}{2(k - \rho Sg)} \Rightarrow m = \frac{k}{k - \rho Sg}\frac{\rho SH}{2} = 56\,\text{г}.$$

ОТВЕТ: 56.

4. («Лед и пар»: **8**) В вертикальном цилиндре с теплоизолирующими гладкими стенками под подвижным поршнем (который также не пропускает тепло) находился водяной пар с температурой $t_0 = 100°C$, причем на стенках цилиндра были мелкие капельки воды. Площадь поперечного сечения цилиндра равна $S = 400$ см^2, поршень располагается на высоте $h = 40$ см над дном цилиндра. Не нарушая теплоизоляции и не сдвигая поршень, в цилиндр поместили кусочек льда массой $m = 1$ г с температурой $t_1 = 0°C$. На сколько миллиметров опустится поршень за достаточно продолжительное время? Ответ на этот вопрос привести в качестве первого ответа, округлив до целого значения. Чему равно изменение внутренней энергии содержимого цилиндра (от момента начала таяния льда до остановки поршня)? Ответ на этот вопрос считать вторым, привести его в Джоулях, округлив до целого значения. Считать, что удельная теплота плавления льда $\lambda \approx 340$ кДж/кг, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/кг·К, удельная теплота парообразования воды $r = 2480$ кДж/кг, давление и плотность насыщенного водяного пара при $t_0 = 100°C$ равны соответственно $p_0 \approx 10^5$ Па и $\rho_0 \approx 0{,}58$ кг/м^3.

Решение:

Так как в начальном состоянии на стенках были капли воды, то пар под поршнем был насыщенным, и его давление равнялось $p_0 \approx 10^5$ Па. После помещения в объем под поршнем льда этот лед сразу же начинает таять, поглощая тепло, которое выделяется за счет конденсации части пара. Так как давление, создаваемое поршнем, неизменно, то в равновесном процессе неизменны температура и плотность пара, остающегося насыщенным. Значит, объем пара уменьшается – поршень действительно будет опускаться. Поршень остановится, когда весь лед растает, а образовавшаяся вода нагреется до равновесной температуры $t_0 = 100°C$. Пренебрегая изменением объема конденсированных (жидкой и твердой) фаз, будем считать, что объем пара уменьшается на Sx, где x - смещение поршня. Запишем уравнение теплового баланса:

$$r\rho_0 Sx = m[\lambda + c(t_0 - t_1)] \Rightarrow x = \frac{m[\lambda + c(t_0 - t_1)]}{r\rho_0 S} \approx 13{,}2 \text{ мм}.$$

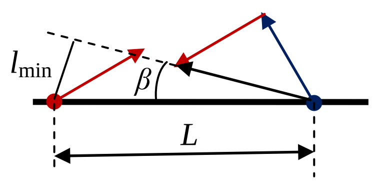
Отметим, что опускающийся поршень совершает над содержимым цилиндра работу $A = p_0 Sx \approx 52{,}8$ Дж, но в уравнении баланса эта энергия входит в теплоту конденсации (используемая в формуле удельная теплота парообразования определена как количество теплоты, идущее на испарение единицы массы жидкости при неизменной температуре $t_0 = 100°C$, а при таком условии испарение обязательно сопровождается расширением образовавшегося пара, который совершает работу). С другой стороны, поскольку содержимое цилиндра теплоизолировано, то эта работа идет на увеличение его внутренней энергии (температура неизменна, так что кинетическая энергия всех молекул воды не изменяется, но изменяется потенциальная энергия их взаимодействия при переходе из одной фазы в другую). Поэтому изменение внутренней энергии $\Delta U = +A \approx +52{,}8$ Дж.

ОТВЕТ: 13, 53.

5. («Артиллерийская дуэль на Луне»: **9**) Два орудия, установленных на плоском горизонтальном участке лунной поверхности на расстоянии $L = 3{,}860$ км, одновременно произвели выстрелы друг по другу. Снаряд, пущенный из первого орудия, вылетел под углом $\alpha_1 = 30°$, а из второго – под углом $\alpha_2 = 60°$ к горизонту. Оба снаряда попали точно в цель. На каком минимальном расстоянии друг от друга находились снаряды во время полета? Ответ запишите в метрах, округлив до целого значения.

Решение:

Поскольку оба снаряда попали точно в цель, то дальность их полета одинакова и равна L. Так как на Луне нет атмосферы, то используем формулу для дальности полета тела, брошенного под углом к горизонту: $L = \frac{v_1^2}{g}\sin(2\alpha_1) = \frac{v_2^2}{g}\sin(2\alpha_2)$ (здесь g - ускорение свободного падения на Луне). Поскольку при заданных углах $\sin(2\alpha_1) = \sin(2\alpha_2)$, то скорости вылета снарядов одинаковы: $v_1 = v_2 \equiv v$. Для изучения относительного движения снарядов перейдем в систему отсчета, связанную с первым снарядом. В ней первый снаряд покоится, а второй движется равномерно-прямолинейно (относительное ускорение снарядов очевидно равно нулю!). Скорость этого движения можно определить по начальному моменту времени: скорость второго снаряда относительно первого $\vec{v}_2{}' = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$,

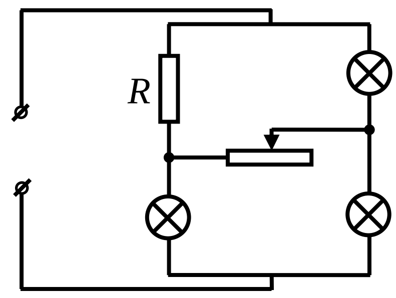


и поэтому, построив треугольник векторов скоростей, можно заметить: этот треугольник прямоугольный равнобедренный, поэтому острые углы в нем по 45°, и угол наклона $\vec{v}_2{}'$ к горизонту $\beta = \alpha_2 - 45° = 15°$.

Следовательно, $l_{\min} = L\sin(\beta) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} L \approx 999$ м.

ОТВЕТ: 999.

6. («Загадка реостата»: **8,9**) Однажды Петя Васечкин собрал из трех ламп, резистора с сопротивлением $R = 36$ Ом и реостата «гирлянду» по схеме, показанной на рисунке, и подключил ее к источнику постоянного напряжения. Надписи на лампах стерлись, но Петя помнил, что они были рассчитаны на одинаковое напряжение, но у двух из них номинальная мощность была равна $P_1 = 12$ Вт, а у третьей – $P_2 = 8$ Вт. Неожиданно Петя обнаружил, что при изменении положения движка реостата яркость свечения всех ламп совершенно не



меняется. Найдите сопротивления ламп, считая, что они примерно постоянны и равны своим значениям в номинальном режиме. Запишите ответы в Омах, считая первым ответом значение сопротивления каждой из пары одинаковых ламп, а вторым – сопротивление третьей лампы.

Решение:

Яркость свечения всех ламп (то есть токи в соответствующих ветвях схемы) не зависит от сопротивления реостата только в том случае, если ток через реостат не течет, то есть если в обеих параллельных ветвях с резистором и лампами напряжение источника делится в одинаковой пропорции. Значит, $\frac{R}{R_A}=\frac{R_B}{R_C}$ ($R_{A,B,C}$ - сопротивления соответствующих ламп, которые могут принимать два значения $R_{1,2}$). Так как лампы рассчитаны на одинаковое номинальное напряжение, то их мощности связаны с сопротивлениями соотношением $P_{1,2}=\frac{U^2}{R_{1,2}} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1}=\frac{P_1}{P_2}=1{,}5$. Как видно, здесь возможны три ситуации:

а) обе лампы с сопротивлением R_1 находятся в правой ветви: $R_B=R_C=R_1$. Тогда $R_A=R_2=R=36$ Ом, а $R_1=\frac{2}{3}R_2=24$ Ом.

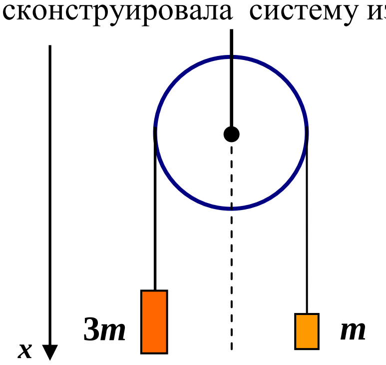
б) $R_A=R_C=R_1$, и $R_B=R_2=R=36$ Ом; здесь снова $R_1=\frac{2}{3}R_2=24$ Ом.

в) $R_A=R_B=R_1$, $R_C=R_2$, и в этом случае $RR_2=R_1^2 \Rightarrow R_1=1{,}5\cdot R=54$ Ом, а $R_2=1{,}5\cdot R_1=81$ Ом.

Как видно, получаются два варианта ответа: $R_1=24$ Ом, $R_2=36$ Ом и $R_1=54$ Ом, $R_2=81$ Ом.

ОТВЕТ: 24, 54, 36, 81.

7. («Ответственное поручение»: **9**) Однажды техник Гайка сконструировала систему из легкого блока с перекинутой через него легкой нерастяжимой нитью, на концах которой прикреплены грузы с массами m и $3m$. Она поручила Вжику тянуть ось блока таким образом, чтобы она двигалась вертикально и при этом ускорения грузов относительно Земли отличались друг от друга по величине вдвое. Найти необходимое значение проекции ускорения оси блока на ось x, направленную вертикально вниз (см. рисунок). Ответы записать в м/с^2, округляя до сотых. Считать ускорение свободного падения $g\approx 9{,}80$ м/с^2.



Решение:

Пусть $a_{1,2}$ - ускорения грузов относительно Земли, а a - ускорение оси блока в проекции на ось x. Величина ускорения движения нити по блоку $a_2-a=a-a_1 \Rightarrow a=\frac{a_1+a_2}{2}$. Уравнения движения грузов:

$$\begin{cases} ma_1=mg-T \\ 3ma_2=3mg-T \end{cases}.$$

Исключая отсюда T, получаем: $3a_2-a_1=2g$. Кроме того, по условию $\frac{|a_2|}{|a_1|}=2,\frac{1}{2}$.

Соответственно получаем четыре возможные ситуации:

а) $a_2=2a_1 \Rightarrow a_1=\frac{2}{5}g, a_2=\frac{4}{5}g$, и в этом случае $a=\frac{3}{5}g\approx 5{,}88$ м/с^2.

б) $a_2 = -2a_1 \Rightarrow a_1 = -\frac{2}{7}g, a_2 = \frac{4}{7}g$, и тогда $a = \frac{1}{7}g \approx 1{,}40$ м/с^2.

в) $a_2 = \frac{1}{2}a_1 \Rightarrow a_1 = 4g, a_2 = 2g$ - этот случай невозможен, так как отвечает отрицательной величине T, чего не бывает (нить не может «подталкивать» грузы); на самом деле при движении оси блока вниз с ускорением $a \geq g$ нить провисает, и оба груза падают с ускорением g.

г) $a_2 = -\frac{1}{2}a_1 \Rightarrow a_1 = -\frac{4}{5}g, a_2 = \frac{2}{5}g$, и тогда $a = -\frac{1}{5}g \approx -1{,}96$ м/с^2. В этом случае ось блока надо тянуть вверх.

Итак, получаются три варианта ответа.

ОТВЕТ: -1,96, 1,40, 5,88.

ТАБЛИЦА ПРАВИЛЬНЫХ ОТВЕТОВ:

задача	ответ 1	ответ 2	ответ 3	ответ 4
1	**15**	**0**	**0**	**0**
2	**600**	**200**	**0**	**0**
3	**56**	**0**	**0**	**0**
4	**13**	**53**	**0**	**0**
5	**999**	**0**	**0**	**0**
6	**24**	**54**	**36**	**81**
7	**-1,96**	**1,40**	**5,88**	**0**

О критериях проверки:

Во всех случаях приоритет отдавался работам, в которых четко описана используемая физическая модель явления (особенно в задачах 2, 4, 6 и 7) и получены правильные аналитический и численный ответы. В задаче 2 важно было и предложить необходимый алгоритм (и желательно обосновать, что он именно самый выгодный с точки зрения значения исследуемой характеристики весов), и определить нужные характеристики весов. В задачах 6 и 7 оценивался отдельно каждый из разобранных вариантов схемы (в 6) или связи ускорений (в 7), поэтому решения, в которых были разобраны все возможные варианты, получали более высокую оценку.