Олимпиада школьников «Покори Воробьевы Горы» по ФИЗИКЕ
Финальный (очный) тур
Ответы и возможные решения

11 класс **Вариант 1** Йошкар-Ола

6М. ***Теория:*** Закон Архимеда. ***Полный ответ должен содержать:*** формулировку закона с определением всех входящих в него величин. Важно обратить внимание, что для полного описания силы Архимеда должны быть указаны ее физическая природа, величина, направление и точка приложения.

Задача: На поверхности воды плавает в вертикальном положении цилиндр массой *120 г* с площадью основания *75 см²*. С какой циклической частотой будут происходить вертикальные гармонические колебания цилиндра, если его слегка сместить из положения равновесия? Ускорение свободного падения $g = 10$ *м/с²*, сопротивлением среды пренебречь.

Решение*:*

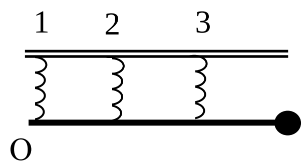
В положении равновесия сила тяжести уравновешивается силой Архимеда. При вертикальном смещении цилиндра на х возникает возвращающая сила, равная изменению силы Архимеда $F = \Delta F_A = =\rho\Delta Vg = \rho Sxg$. Видно, что сила пропорциональна смещению, следовательно

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{\rho g S}{m}} = 25 \text{ рад/сек.}$$

Ответ*:* $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{\rho g S}{m}} = 25$ рад/сек.

13М. ***Теория:*** Силы упругости. Понятие о деформациях. Закон Гука. Модуль Юнга. ***Полный ответ должен содержать:*** описание природы сил упругости и смысла понятия «деформация» с указанием типов деформаций, описанных в школьной программе, формулировку закона Гука с определением всех входящих в него величин, выражение для коэффициента упругости однородного тела заданной длины и площади поперечного сечения, определение модуля Юнга.

Задача: На конце невесомого стержня, прикрепленного с помощью трех одинаковых пружин к потолку, находится груз массой m. Расстояние между пружинами и от крайней пружины до груза одинаковы. Пружины вертикальны. Определите силы упругости F_1, F_2, F_3, в пружинах.



Решение.

$F_1 + F_2 + F_3 - mg = 0$ - условие равновесия сил, приложенных к стержню, в проекции на вертикаль.

$F_2 l + F_3 2l - 3mgl = 0$ - уравнение моментов относительно точки О.

Обозначим растяжения пружин Δx_1, Δx_2, Δx_3, коэффициент жесткости – k.

$F_1 = k\Delta x_1$, $F_2 = k\Delta x_2$, $F_3 = k\Delta x_3$,

и, поскольку из геометрии

$$\frac{\Delta x_2 - \Delta x_1}{\Delta x_3 - \Delta x_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta x_3 + \Delta x_1 = 2\Delta x_2 \Rightarrow F_3 + F_1 = 2F_2 ,$$

то из этого условия и условий равновесия получаем выражения для сил:

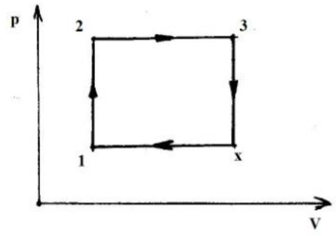
$$\left\{\begin{array}{c} F_1 + F_2 + F_3 = mg \\ F_2 + 2F_3 = 3mg \\ F_3 + F_1 = 2F_2 \end{array}\right\} \Rightarrow F_1 = -\frac{2}{3}mg, \quad F_2 = \frac{1}{3}mg, \quad F_3 = \frac{4}{3}mg .$$

Знак «минус» показывает, что первая пружина сжата.

Ответ: величины сил упругости $|F_1| = \frac{2}{3}mg, \quad |F_2| = \frac{1}{3}mg, \quad |F_3| = \frac{4}{3}mg$.

5Т. ***Теория:*** Теплоемкость тела. Теплоемкость одноатомного идеального газа при изохорном и изобарном процессах. ***Полный ответ должен содержать:*** Определение теплоемкости тела и примеры выражений для ее вычисления, описание модели идеального газа и выражения для теплоемкости одноатомного идеального газа при изохорном и изобарном процессах.

Задача: С одним молем идеального одноатомного газа осуществляется цикл, состоящий из двух изохор (1-2), (3-x) и двух изобар (2-3), (x-1). Определите КПД η цикла. Температуры в точках обозначенных цифрами 1, 2, 3, считать соответственно равными T_1, T_2, T_3.



Решение:

По определению: $\eta = A/Q_H$;

Работу газа можно вычислить как площадь цикла в координатах P-V:

$A = (P_1 - P_2)(V_3 - V_1) = P_2V_3 - P_2V_1 - P_1V_3 + P_1V_1 = RT_3 - RT_2 - RT_x + RT_1$;

$P_1/P_2 = T_1/T_2 = P_1/P_3 = T_x/T_3 \Rightarrow T_x = T_1T_3/T_2$;

Газ получает тепло в процессах 1-2 и 2-3, поэтому:

$Q_H = Q_{12} + Q_{23} = 3/2R(T_2 - T_1) + 5/2R(T_3 - T_2) = 3/2RT_2 - 3/2RT_1 + 5/2RT_3 - 5/2RT_2 =$

$= 5/2RT_3 - 3/2RT_1 - 2/2RT_2 = 1/2R(5T_3 - 3T_1 - 2T_2)$;

$\eta = 2(T_3 - T_2 - T_1T_3/T_2 + T_1)/(5T_3 - 3T_1 - 2T_2) = 2/T_2\times(T_3T_2 - T_2^2 - T_1T_3 + T_1T_2)/(5T_3 - 3T_1 - 2T_2)=$

$2/T_2\times(T_3(T_2 - T_1) - T_2(T_2 - T_1))/(5T_3 - 3T_1 - 2T_2) = (2(T_2 - T_1)(T_3 - T_2))/T_2(5T_3 - 3T_1 - 2T_2) =$

$= 2(T_2 - T_1)(T_3 - T_2)/T_2(5T_3 - 3T_1 - 2T_2)$.

Ответ: $\eta = \dfrac{2(T_2 - T_1)(T_3 - T_2)}{T_2(5T_3 - 3T_1 - 2T_2)}$.

5Э. ***Теория:*** Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца***. Полный ответ должен содержать:*** Определение работы и мощности тока, формулировку закона Джоуля-Ленца с определением всех содержащихся в ней величин и описание причин существования тепловых потерь при протекании тока в проводнике.

Задача: От генератора с ЭДС $\mathcal{E}$ = 250 В и внутренним сопротивлением r = 0,1 Ом необходимо протянуть к потребителю двухпроводную линию длинной l = 100 м. Какая масса алюминия пойдет на изготовление линии, если мощность потребителя P = 22 кВт, и он рассчитан на напряжение U = 220 В? Удельное сопротивление алюминия $\rho = 2{,}8\times10^{-8}$ Ом×м, плотность алюминия d = 2,7 г/см^3.

Решение.

Ток через сопротивление нагрузки R равен $J = \mathcal{E}/(r + R + R_X)$, где R_X – сопротивление линии.

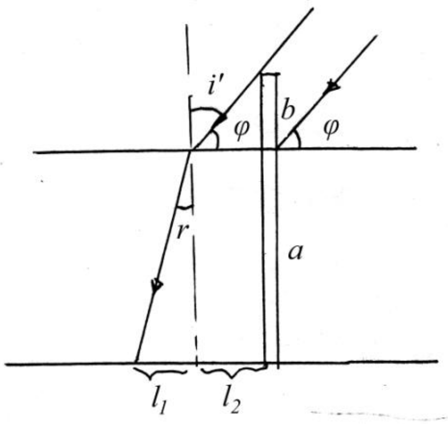
Мощность, выделяемая на нагрузке $P = JU = \mathcal{E}U/(r + R + R_X)$; отсюда, учитывая, что $P = U^2/R$, находим

$R_X = (\mathcal{E}U - U^2)/P - r$. С другой стороны, $R_X = \rho\times L/S$, $L = 2l \Rightarrow S = 2\rho l/R_X$,

где S - площадь поперечного сечения. Следовательно, $m = dV = dLS = \dfrac{4\rho d l^2}{R_X} = \dfrac{4\rho d l^2 P}{U(\mathcal{E} - U) - Pr} \approx 15{,}1$ кг.

Ответ: $m = \dfrac{4\rho d l^2 P}{U(\mathcal{E} - U) - Pr} \approx 15{,}1$ кг.

5О. ***Теория:*** Законы преломления света. Явление полного (внутреннего) отражения. ***Полный ответ должен содержать:*** Формулировку закона преломления света с определением входящих в нее понятий и величин, описание явления полного внутреннего отражения и формулу для угла полного внутреннего отражения.



Задача: В дно водоема глубиной a = 2 м вбита свая, которая на b = 0,75 м выступает из воды. Найти длину тени от сваи на дне водоема, если высота Солнца над горизонтом в данный момент $\phi = 45°$. Показатель преломления воды n = 1,33.

Решение.

Длина тени от сваи на дне водоема $l = l_1 + l_2 = b\ \mathrm{ctg}(\varphi) + a\ \mathrm{tg}(r)$. Поскольку $n = \sin(i')/\sin(r) = \cos(\varphi)/\sin(r)$, то, выражая tg($r$) через φ, находим, что $l = b \cdot ctg\varphi + \frac{a\cos\varphi}{\sqrt{n^2 - \cos^2\varphi}} \approx 2$м.

Ответ: $l = b \cdot ctg\varphi + \frac{a\cos\varphi}{\sqrt{n^2 - \cos^2\varphi}} \approx 2$ м.

Вариант 2 Ростов-на-Дону

5М. ***Теория:*** Свободные колебания. Превращение энергии при гармонических колебаниях. Затухающие колебания. ***Полный ответ должен содержать:*** Определение свободных и гармонических колебаний, описание превращений энергии при гармонических колебаниях, описание затухающих колебаний и примеры таких колебаний с указанием причины затухания.

Задача: Шарик, подвешенный на пружине, отвели от положения равновесия вертикально вниз на *3 см* и сообщили ему начальную скорость *1 м/с*, после чего шарик стал совершать вертикальные гармонические колебания с циклической частотой *25 рад/с*. Найдите амплитуду этих колебаний.

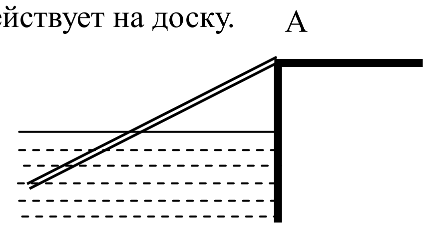
Решение:

Запишем для шарика закон сохранения механической энергии: $\frac{1}{2}kx_0^2 + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow$

$A^2 = x_0^2 + v_0^2/(k/m) = x_0^2 + v_0^2/\omega^2$. Значит, $A = \sqrt{x_0^2 + v_0^2/\omega^2} = 5$ см.

Ответ: $A = \sqrt{x_0^2 + v_0^2/\omega^2} = 5$ см.

12М. ***Теория:*** Условия равновесия тела. Устойчивое, неустойчивое и безразличное равновесии тел. ***Полный ответ должен содержать:*** Запись условий равновесия тела и описание типов равновесия.
Задача: Правый конец доски, наполовину погруженной в воду, опирается о шероховатый уступ А. Масса доски m. Определите величину силы реакции R_A с которой уступ действует на доску.



Решение:

Обозначим F_A силу Архимеда, тогда уравнение моментов относительно точки A:

$$mg\frac{l}{2}-F_A\frac{3l}{4}=0 \quad\Rightarrow\quad F_A=\frac{2}{3}mg\,.$$

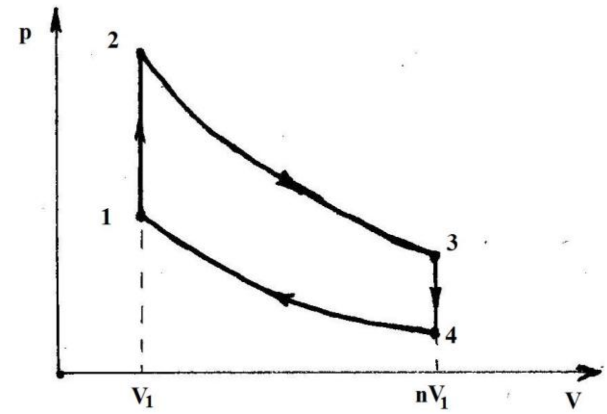
Так как сила Архимеда и сила тяжести направлены вдоль вертикали, то и полная сила реакции (сумма сил нормальной реакции и трения) тоже направлена вдоль нее – вверх, поэтому:

$$F_A-mg+R_A=0 \quad\Rightarrow\quad R_A=mg-F_A=\frac{1}{3}mg\,.$$

Ответ: $R_A=\frac{1}{3}mg$.

7Т. ***Теория:*** Первый закон термодинамики. Понятие об адиабатическом процессе. ***Полный ответ должен содержать:*** Формулировку I Начала термодинамики с определением входящих в него величин и объяснением их взаимосвязи, определение адиабатического процесса и объяснение закономерностей этого процесса.

Задача: С одним молем идеального одноатомного газа осуществляется цикл, состоящий из двух изохор (1-2), (3-4) и двух адиабат (2-3), (4-1). При адиабатном расширении объем увеличивается в n раз. Определите КПД цикла. Уравнение адиабаты можно представить в виде $PV^{\gamma}=const$, где $\gamma = const$ – показатель адиабаты.



Решение:

$\eta = (Q_H - Q_X)/Q_H$, причем

$Q_H = Q_{12} = 3/2R(T_2-T_1)$

$Q_X = - Q_{34} = 3/2R(T_3-T_4)$

Запишем уравнение адиабаты и уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$\left\{\begin{matrix} pV^{\gamma}=const \\ pV=RT \end{matrix}\right\} \Rightarrow TV^{\gamma-1}=const.$$

Следовательно:

$T_2V_1^{\gamma-1} = T_3(nV_1)^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = n^{\gamma-1}T_3$

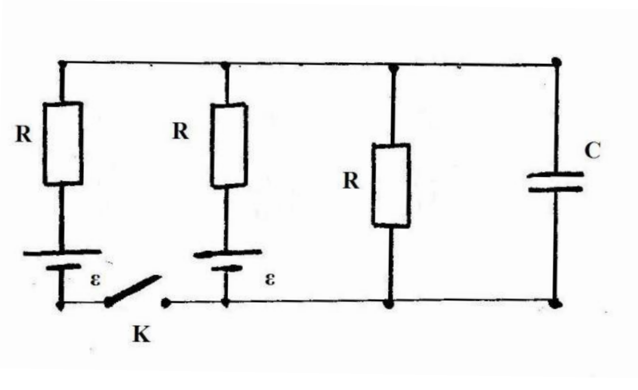
$T_1V_1^{\gamma-1} = T_4(nV_1)^{\gamma-1} \Rightarrow T_1 = n^{\gamma-1}T_4$

Таким образом, КПД цикла

$\eta = 1 - (T_3-T_4)/(T_2 - T_1) = 1 - (T_3-T_4)/(n^{\gamma-1}T_3 - n^{\gamma-1}T_4) = 1 - n^{1-\gamma}$.

Ответ: $\eta = 1 - n^{1-\gamma}$.

4Э. ***Теория:*** Электрический ток. Сила тока. Условия существования тока в цепи. Электродвижущая сила. ***Полный ответ должен содержать:*** Определение понятия «электрический ток» и определение силы тока, формулировку условий существования тока, определение ЭДС и пояснение физического смысла этой величины.



Задача: В изображенной на рисунке схеме конденсатор имеет заряд q_1 = 10 мкКл. Определите заряд q_2 на конденсаторе, после замыкания ключа К. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

Решение:

Если ключ разомкнут, то

$J_1 = \mathcal{E}/2R, \qquad U_1 = J_1R = \mathcal{E}/2,$

$q_1 = CU_1 = C\mathcal{E}/2, \Rightarrow \mathcal{E} = 2q_1/C$

Если ключ замкнут, воспользуемся правилами Кирхгофа и учтем симметрию ветвей с ЭДС:

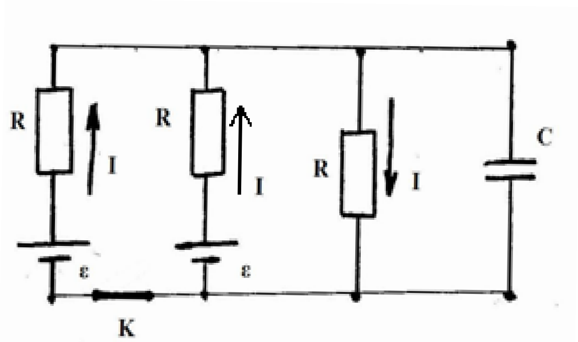
$I + I = I_2$

$I_2R + IR = \varepsilon$

$I_2R = \frac{2}{3}\varepsilon \Rightarrow U_2 = \frac{4q_1}{3C}$

$q_2 = CU_2 = 4/3q_1 \approx 13$ *мкКл*

Ответ: $q_2 = 4/3\, q_1 \approx 13$ *мкКл*.



2О. ***Теория:*** Законы преломления света. Абсолютный и относительный показатели преломления. Явление полного (внутреннего) отражения. ***Полный ответ должен содержать:*** Формулировку закона преломления света с определением входящих в нее понятий и величин, определение абсолютного и относительного показателей преломления и описание его физического смысла, описание явления полного внутреннего отражения и формулу для угла полного внутреннего отражения.

Задача: В плоской ванне с жидкостью на глубине h_0 =3 см помещен точечный источник света. Источник начинает смещаться по вертикали со скоростью $V = 10^{-3}$ м/с. На дне ванны находится плоское зеркало, а на поверхности, на высоте H=4 см от дна плавает непрозрачный диск радиусом R = 6 см. Центр диска расположен на одной вертикали с источником света. Через какое время t источник света станет виден для внешнего наблюдателя? Показатель преломления жидкости n = $\sqrt{2}$.

Решение:

Пусть S, S_1 – источник света и его отражение в зеркале. Чтобы источник стал виден, угол α должен быть равен или меньше угла полного внутреннего отажения. В «пограничном» положении

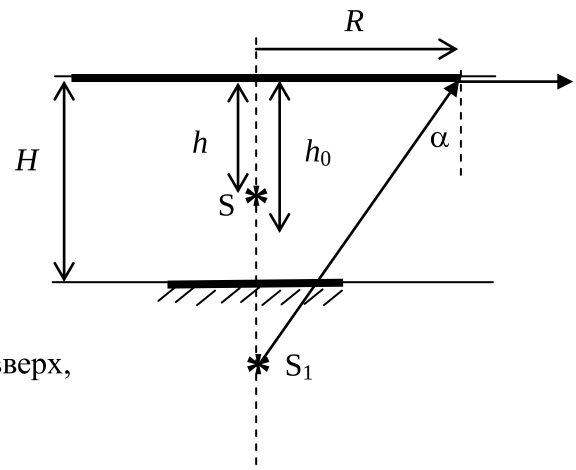
$$\sin\alpha = \frac{1}{n}$$

$$\sin\alpha = \frac{R}{\sqrt{(2H-h)^2 + R^2}} = \frac{1}{n}$$

Из этого уравнения определяем h:

$$h = 2H - R\sqrt{n^2-1}$$

$$h = 2\,см = 2\cdot 10^{-2}\,м$$



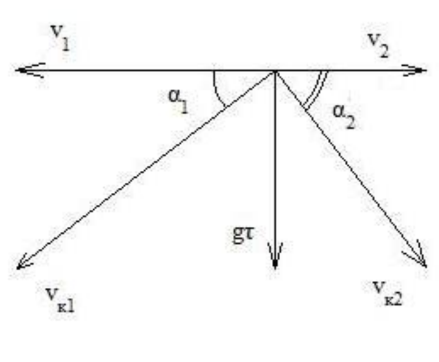
Как видно, источник должен двигаться вверх, причем

$$t = \frac{h_0 - h}{V} = \frac{h_0 + R\sqrt{n^2-1} - 2H}{V} = 10\,c$$

Ответ: t = 10 с, если источник движется вверх. При движении вниз источник не станет виден даже при опускании на дно ванны.

Вариант 3 Архангельск

1М. ***Теория:*** Система отсчета. Траектория. Вектор перемещения. Путь. Скорость. Ускорение. ***Полный ответ должен содержать:*** Определение всех перечисленных понятий и физических величин, описание их взаимосвязей.



Задача: Из одной точки над поверхностью земли одновременно вылетают две частицы с горизонтальными противоположно направленными скоростями $v_1 = 4$ *м/с* и $v_2 = 9$ *м/с*. Через какое время τ угол между направлениями скоростей этих частиц станет равным *90°*? Ускорение свободного падения $g \approx 10$ *м/с*.

Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение*:*

По условию $\alpha_1 + \alpha_2 = 90°$; Заметим, что

$\sin\alpha_1 = g\tau/\sqrt{v_1^2 + g^2\tau^2}$, $\cos\alpha_2 = v_2/\sqrt{v_2^2 + g^2\tau^2} = \cos(90° - \alpha_1) = \sin\alpha_1$; таким образом:

$v_2/\sqrt{v_2^2 + g^2\tau^2} = g\tau/\sqrt{v_1^2 + g^2\tau^2} \Rightarrow (g\tau)^2(v_2^2 + (g\tau)^2) = v_2^2(v_1^2 + (g\tau)^2) \Rightarrow v_1v_2 = (g\tau)^2$;

Следовательно, $\tau = \sqrt{v_1v_2}/g \approx 0{,}6$ с.

Ответ*:* $\tau = \sqrt{v_1v_2}/g \approx 0{,}6$ с.

10М. ***Теория:*** Криволинейное движение. Тангенциальное и нормальное ускорения. ***Полный ответ должен содержать:*** Определение криволинейного движения, определение скорости и ускорения тела и описание разбиения ускорения на тангенциальную и нормальную компоненты, формулы для их вычисления.

Задача: Пушечное ядро, выпушенное под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0, движется по некоторой траектории. Если по этой траектории полетит воробей с постоянной скоростью v_0, то каким будет его ускорение на высоте, равной высоте наибольшего подъема ядра? Сопротивление воздуха при движении ядра не учитывать. Ускорение свободного падения равно g.

Решение:

Радиус кривизны траектории (общей для ядра и воробья) в верхней точке вычислим по величине ускорения ядра (оно равно g и направлено вниз, то есть перпендикулярно скорости ядра в этой точке):

$$R = \frac{v^2}{g} = \frac{v_0^2\cos^2\alpha}{g}.$$

Ускорение воробья совпадает с его центростремительным ускорением (так как его скорость неизменна по модулю), и поэтому

$$a = \frac{v_0^2}{R} = \frac{g}{\cos^2\alpha}.$$

Ответ: ускорение воробья в верхней точке траектории $a = \dfrac{g}{\cos^2\alpha}$.

4Т. ***Теория:*** Зависимость давления и плотности насыщенного пара от температуры. Зависимость температуры кипения от давления. ***Полный ответ должен содержать:*** Определение насыщенного пара и описание зависимости его давления и плотности от температуры с указанием характерных точек графика этой зависимости, описание зависимости температуры кипения от давления.

Задача: В закрытом с обоих концов цилиндре объемом *V = 2 л* свободно ходит невесомый тонкий поршень. В пространстве с одной стороны поршня вводится $m_1 = 2$ *г* воды; с другой стороны поршня $m_2 = 1$ *г* азота. Найти отношение объемов частей цилиндра при *t = 100 °C*. Молярная масса азота $\mu_2 = 28\cdot10^{-3}$ кг/моль, молярная масса воды $\mu_1 = 18\cdot10^{-3}$ кг/моль.

Решение:

Установившееся давление не может быть больше давления насыщенных паров воды ($p_{нас} \approx 101$ кПа, при t = 100 °C). Если вся вода испарилась, то $p < p_{нас}$, тогда

$pV_1 = m_1RT/\mu_1$;

$p(V-V_1) = m_2RT/\mu_2$;

$p = (m_1RT/\mu_1 + m_2RT/\mu_2)/V = RT(m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2)/V = 8{,}31\cdot373(2/18 + 1/28)/(2\cdot10^{-3}) = 2{,}28\cdot10^5$ Па;

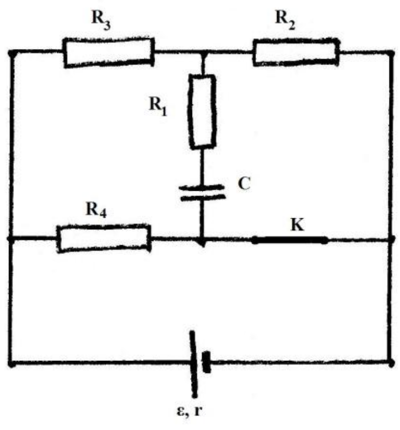
$p > p_{нас}$, то есть наше предположение неверно; следовательно не вся вода испарилась, и $p = p_{нас}$.

$p_{нас}(V-V_1) = m_2RT/\mu_2$;

$(V-V_1) = m_2RT/(\mu_2\, p_{нас}) \Rightarrow V_2/V = (V-V_1)/V = m_2RT/(V\mu_2\, p_{нас}) \Rightarrow V_1/V = 1 - m_2RT/(V\mu_2\, p_{нас})$;

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V\,\mu_2\,p_{нас}}{m_2 RT} - 1 \approx \frac{9}{11} \approx 0{,}82.$$

Ответ: $V_1/V_2 \approx 9/11$.



2Э. ***Теория:*** Закон Ома для полной цепи. Правила Кирхгофа. ***Полный ответ должен содержать:*** Формулировку закона Ома для полной цепи и правил Кирхгофа с определением входящих в них величин.

Задача: Определите заряд, который пройдет через сопротивление R_1 после размыкания ключа К. Внутренне сопротивление источника ЭДС $r = 10$ Ом, $\varepsilon = 50$ В, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 20$ Ом, $C = 10$ мкФ.

Решение:

Так как через конденсатор постоянный ток не течет, то при замкнутом ключе К разность потенциалов на обкладках конденсатора равна падению напряжения U_2 на сопротивление R_2. Так как R_2 и R_3 соединены между собой последовательно и оба они параллельны R_4, то ток в ветви с источником

$J = \varepsilon\,(R_2 + R_3 + R_4)/(r(R_2 + R_3 + R_4) + R_4(R_2 + R_3))$

Ток через сопротивление R_2: $J_2 = \varepsilon\, R_4/(r(R_1 + R_2 + R_4) + R_4(R_2 + R_3))$,

и падение напряжения на нем $U_2 = J_2R_2 = \varepsilon\, R_2R_4/(\, r(R_2 + R_3 + R_4) + R_4(R_2 + R_3))$.

Следовательно, заряд на конденсаторе при замкнутом ключе

$q_2 = CU_2 = \varepsilon\, CR_2R_4/(r(R_2 + R_3 + R_4) + R_4((R_2 + R_3))$

После размыкания ключа К разность потенциалов на обкладках конденсатора будет равна падению напряжения U_3 на сопротивление R_3. В этом случае сила тока J через R_3: $J = \varepsilon/(r + R_2 + R_3)$, и падение напряжение на нем $U_3 = JR_3 = \varepsilon\, R_3/(\, r + R_2 + R_3)$. Значит, заряд на конденсаторе

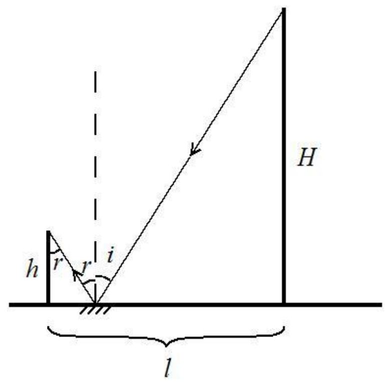
$q_3 = CU_3 = \varepsilon\, CR_3/(r + R_2 + R_3)$

Т.к. при размыкании ключа разность потенциалов между обкладками меняет знак, то заряд, проходящий через сопротивление R_1, соединенное последовательно с конденсатором будет равен сумме зарядов q_1 и q_3, т.е. $\Delta q = q_2 + q_3 = C\,\varepsilon\,[\,R_3/(r + R_2 + R_3) + R_2R_4/(r(R_2 + R_3 + R_4) + R_4(R_2 + R_3))] \approx 343$ *мкКл*

Ответ: $\Delta q = C\,\varepsilon\Big[\,R_3/(r + R_2 + R_3) + R_2R_4/(r(R_2 + R_3 + R_4) + R_4(R_2 + R_3))\Big] \approx 343$ *мкКл*

6О. ***Теория:*** Законы отражения света. Плоское зеркало. ***Полный ответ должен содержать:*** Формулировку закона отражения света с определением входящих в нее понятий и величин, описание плоского зеркала и принципа построения изображений в плоском зеркале.

Задача: Человек, рост которого $h = 1{,}75$ м, находится на расстоянии $l = 6$ м от столба высотой $H = 7$ м. На каком расстоянии от себя человек должен положить на Землю горизонтальное маленькое плоское зеркало, чтобы в нем видеть изображение верхушки столба?



Решение:

В соответствии с законом отражения света луч 1, падающий из вершины столба на зеркало, и луч 2, отраженный от зеркала и попадающий в глаз человека, лежат в одной плоскости, а угол падения i и отражения r равны: $i = r$. Если x – расстояние от человека до зеркала, то

$\text{tg}(i) = (l - x)/H = \text{tg}(r) = x/h \Rightarrow x = h\,l / (H + h) = 1{,}2$ м.

Ответ: $x = h\,l / (H + h) = 1{,}2$ м.

Вариант 4 Москва

8М. ***Теория:*** Закон сохранения механической энергии. ***Полный ответ должен содержать:*** Определение кинетической, потенциальной и полной механической энергии, формулировку закона сохранения полной механической энергии.

Задача: Тело вращается на невесомой, нерастяжимой нити в вертикальной плоскости. При этом разность сил натяжения нити в нижней и в верхней точках траектории равна $\Delta T = 60$ Н. Определите массу тела. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение:

Второй закон Ньютона для тела в верхней и нижней точках траектории в проекции на оси, направленные от тела к центру, имеют вид

$mv_1^2/l = T_1 - mg, \qquad mv_2^2/l = T_2 + mg.$

Из закона сохранения энергии получаем: $mv_1^2/2 - mv_2^2/2 = 2\,mgl$, и поэтому

$T_1 - T_2 = 2mg + m(v_1^2 - v_2^2)/l = 6mg = \Delta T \Rightarrow m = \Delta T/6g = 1$ кг

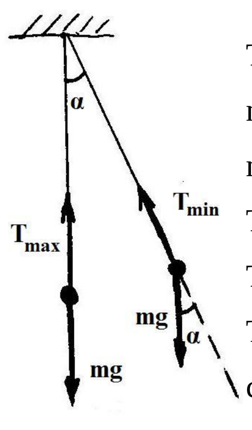
Ответ: $m = \Delta T/6g = 1$ кг.

9М. ***Теория:*** Первый, второй и третий законы Ньютона. ***Полный ответ должен содержать:*** Формулировку законов Ньютона и краткое объяснение их физического содержания.

Задача: На некоторой планете может быть реализован следующий эксперимент. При плоских колебания математического маятника длиной $L = 3$ *м*, максимальная сила натяжения нити отличается от минимальной в $k = 4$ раза, если максимальный угол отклонения равен некоторому значению α. Такой же угол α с вертикалью образует нить маятника, если она вращается с периодом $\tau = 4$ *с* вокруг вертикальной оси, проходящей через точку подвеса (конический маятник). Определите численное значение ускорения свободного падения на данной планете.

Решение:

Колебательное движение:



$T_{max} - mg = mv^2/L; \quad T_{min} - mg\cos\alpha = 0;$

$mv^2/2 = mgL(1 - \cos\alpha);$

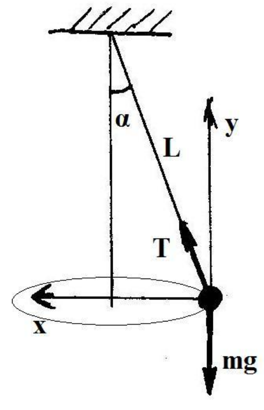
$mv^2/L = 2mg(1 - \cos\alpha) = 2mg - 2mg\cos\alpha;$

$T_{max} = mg + 2mg - 2mg\cos\alpha = 3mg - 2mg\cos\alpha;$

$T_{min} = mg\cos\alpha;$

$T_{max}/T_{min} = k = (3mg - 2mg\cos\alpha)/mg\cos\alpha \Rightarrow$

$\cos\alpha = 3/(k + 2) = 3/6 = 1/2.$



Вращательное движение — конический маятник:

x: $T\sin\alpha = m\omega^2 L\sin\alpha \Rightarrow T = m\omega^2 L;$

y: $T\cos\alpha = mg \Rightarrow m\omega^2 L\cos\alpha = mg;$

Следовательно: $g = \omega^2 L \cos\alpha = \omega^2 L\cdot 3/(k + 2) = (2\pi/\tau)^2 L\cdot 3/(k + 2) = 3{,}7$ м/с^2.

Ответ: $g = (2\pi/\tau)^2 L\cdot 3/(k + 2) = 3{,}7$ м/с^2.

3Т. ***Теория:*** Внутренняя энергия системы. Количество теплоты и работа как меры изменения внутренней энергии. Понятие об адиабатическом процессе. ***Полный ответ должен содержать:*** Определение внутренней энергии системы, описание связи ее изменений с количеством теплоты и работой (на основе I Начала термодинамики), определение адиабатического процесса и объяснение закономерностей этого процесса.

Задача: Сосуд с газом разделен теплопроводящей подвижной перегородкой на две части. Первоначально температура газа в первой части была $t_1 = -73$ ° С, а объем этой части – V_1. Объем второй части V_2, а температура t_2 = 527 ° С. При выравнивании температур перегородка перемещается. Когда температуры выровнялись, объем первой части стал равен V_2. Найти температуру газа в конечном состоянии. Теплообмен с окружающей средой отсутствует. Деформациями и тепловым расширением стенок сосуда пренебречь.

Решение:

Уравнения Менделеева-Клапейрона до выравнивания температур: $P_1V_1=\nu_1RT_1$, $P_1V_2=\nu_2RT_2$.

Из этих уравнений следует, что $\frac{\nu_1T_1}{V_1}=\frac{\nu_2T_2}{V_2}$ (1).

После выравнивания температур: $PV_2=\nu_1RT$, $PV_1=\nu_2RT$. Откуда следует $\frac{V_2}{V_1}=\frac{\nu_1}{\nu_2}$ (2).

Из (1) и (2) следует, что $\frac{\nu_1}{\nu_2}=\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$ (3).

Поскольку по условию теплообмен с внешней средой отсутствует, а работу газы из частей сосуда совершают только друг на другом, то внутренняя энергия газа во всем сосуде не изменяется. Тогда

$\frac{i}{2}\nu_1RT_1+\frac{i}{2}\nu_2RT_2=\frac{i}{2}(\nu_1+\nu_2)RT$, поэтому $T=\frac{\nu_1T_1+\nu_2T_2}{(\nu_1+\nu_2)}$.

Используя (3) в последнем выражении, получаем $T=\frac{\sqrt{T_2}T_1+\sqrt{T_1}T_2}{\sqrt{T_1}+\sqrt{T_2}}=\sqrt{T_1T_2}$ = 400 К.

Ответ: $T=\sqrt{T_1T_2}$ = 400 К.

7Э. ***Теория:*** Закон электромагнитной индукции. Правило Ленца. ***Полный ответ должен содержать:*** Формулировку закона электромагнитной индукции Фарадея и правила Ленца с определением входящих в них величин.

Задача: По двум медным шинам, установленным под углом α к горизонту, скользит под действием силы тяжести проводящая перемычка массой m и длиной l. Скольжение происходит в однородном магнитном поле с индукцией B. Поле перпендикулярно плоскости перемещения перемычки. Вверху шины соединены резистором сопротивлением R. Коэффициент трения скольжения между поверхностями шин и перемычки равен μ ($\mu<tg\alpha$). Пренебрегая сопротивлением шин и перемычки, найдите ее установившуюся скорость. Перемычка находится в горизонтальной плоскости и перпендикулярна шинам. Ускорение свободного падения g.

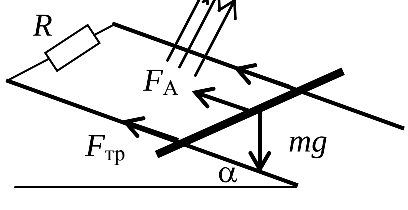
Решение:

В «установившемся» режиме величина ЭДС индукции $\mathcal{E}_{инд}=\frac{Blvt}{t}=Bvl$, $I=\frac{Bvl}{R}$. Скорость перемычки в этом режиме постоянна, поэтому сумма приложенных к ней сил равна нулю:

$F_A+F_{тр}-mg\sin\alpha=0$, и при этом $F_{тр}=\mu mg\cos\alpha$, $F_A=IBl$. Следовательно:

$\frac{B^2l^2v}{R}+\mu mg\cos\alpha-mg\sin\alpha=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow\ v=\frac{mgR(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}{B^2l^2}$.

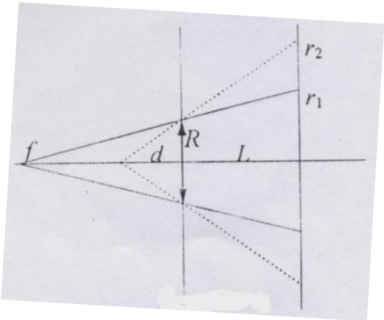


Ответ: $v=\frac{mgR(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}{B^2l^2}$.

1О. ***Теория:*** Тонкие линзы. Фокусное расстояние и оптическая сила линзы. Формула линзы. ***Полный ответ должен содержать:*** Определение понятия «тонкая линза» с описанием границ применимости приближения тонкой линзы, определение точки фокуса, фокусного расстояния и оптической силы линзы, запись формулы линзы с определением входящих в нее величин.

Задача: В отверстие радиусом R = 1, 5 см в тонкой непрозрачной перегородке вставлена собирающая линза. Точечный источник света расположен на главной оптической оси линзы по одну сторону от перегородки. По другую сторону находится экран. Экран, соприкасающийся вначале с линзой, отодвигают от линзы. При этом радиус светлого пятна на экране плавно увеличивается и на расстоянии L = 18 см от перегородки достигает значения r_1 = 3 см. Если линзу убрать, оставив экран на месте, то радиус пятна на экране станет r_2 = 4,5 см. Определите фокусное расстояние линзы.

Решение:



В соответствии с условием, преломленные в линзе лучи расходятся, то есть изображение источника мнимое (см. рис.) Пусть d - расстояние от источника до линзы, f – расстояние от мнимого изображения до линзы (по модулю). Из подобных треугольников имеем:

$r_1/R = (L + f)/f$, откуда: $f = LR/(r_1 - R) = 18$ *см;*

$r_2/R = (L + d)/d$, откуда: $d = LR/(r_2 - R) = 9$ *см.*

Фокусное расстояние найдем из формулы тонкой линзы (знак «минус» связан с тем, что изображение является мнимым):

$1/d - 1/f = 1/F \Rightarrow F = df/(f - d) = LR/(r_2 - r_1) = 18$ *см.*

Ответ: $F = LR/(r_2 - r_1) = 18$ *см.*

Вариант 5 Уфа

4М. ***Теория:*** Гармонические колебания. Смещение, амплитуда и фаза при гармонических колебаниях. ***Полный ответ должен содержать:*** Определение гармонических колебаний, определение перечисленных в вопросе физических величин и описание взаимосвязи между ними.

Задача: Материальная точка совершает гармонические колебания вдоль оси X с амплитудой $A = 5$ *см* и циклической частотой $\omega = 5$ *рад/с*. Найдите модуль ускорения точки в те моменты, когда ее скорость равна $v_1 = 7$ *см/с*.

Решение:

Совместим начало отсчета по оси X с положением равновесия точки. Тогда

$x = A\sin(\omega t + \varphi)$;

$v_x(t) = x' = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$;

$a_x(t) = x'' = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi)$.

Моменты времени, когда модуль скорости точки равен v_1, найдем из равенства

$v_1 = |A\omega\cos(\omega t_1 + \varphi)|$.

Чтобы найти ускорение в интересующие нас моменты, определим

$|\sin(\omega t_1 + \varphi)| = \sqrt{1 - \cos^2(\omega t_1 + \varphi)} = \sqrt{1 - (v_1/\omega A)^2}$.

Таким образом, $a = \omega\sqrt{A^2\omega^2 - v_1^2} = 1{,}2$ м/с^2.

Ответ: $a = \omega\sqrt{A^2\omega^2 - v_1^2} = 1{,}2$ м/с^2.

14М. ***Теория:*** Закон Паскаля. Гидравлический пресс. ***Полный ответ должен содержать:*** Формулировку закона Паскаля и определение давления, описание применения этого закона к объяснению принципа работы гидравлического пресса.

Задача: Тонкая струя воды выпущена из точки, находящейся на высоте h над землей под некоторым углом к горизонту. Найти начальную v_0 и конечную v_1 скорости струи, если отношение диаметра струи в нижней точке траектории к диаметру выходного отверстия равно n. Струя не распадается на капли и диаметр струи много меньше дальности полета. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение:

Объем воды, проходящей в единицу времени через любое сечение S струи, остается постоянным. Тогда

$v_0S_0 = v_1S_1$ (1),

где v_0 – начальная скорость струи, v_1 – скорость струи у поверхности земли, $S_0 = \frac{\pi d_0^2}{4}$ - площадь сечения выходного отверстия, $S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}$.

Из (1) следует, что $v_0 d_0^2 = v_1 d_1^2$, или $v_0 = v_1 n^2$ (2),

Закон сохранения энергии для небольшой массы воды Δm

$\frac{\Delta m v_0^2}{2} + \Delta mgh = \frac{\Delta m v_1^2}{2}$, или $v_0^2 + 2gh = v_1^2$ (3).

Решая совместно (2) и (3) относительно v_0 и v_1, получаем

$$v_0 = n^2\sqrt{\frac{2gh}{1-n^4}}, \quad v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{1-n^4}}.$$

Ответ: $v_0 = n^2\sqrt{\frac{2gh}{1-n^4}}$, $v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{1-n^4}}$.

1Т. ***Теория:*** Идеальный газ. Уравнение Клапейрона – Менделеева (уравнение состояния идеального газа). ***Полный ответ должен содержать:*** Описание модели идеального газа и обсуждение возможности применения ее к реальным газам, запись уравнения Клапейрона-Менделеева и определения входящих в нее величин.

Задача: В вертикальном гладком цилиндре с площадью сечения $S = 5$ см^2 под поршнем массой $M = 1$ кг находится некоторый газ. При увеличении абсолютной температуры газа в $n = 1.5$ раз поршень поднимается вверх и упирается в уступы. При этом объем газа по сравнению с первоначальным увеличивается в $k = 1.2$ раза. Определить силу F, с которой поршень давит на уступы. Атмосферное давление $p_0 = 100$ кПа. Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с^2.

Решение:

Поскольку количество газа в сосуде не меняется, то $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \Rightarrow P_2 = \frac{P_1V_1T_2}{V_2T_1} = P_1\frac{n}{k}$ - давление в цилиндре после нагрева.

Но из условий равновесия поршня можно найти, что $P_1 = p_0 + \frac{Mg}{S}$, а $P_2 = p_0 + \frac{F}{S} + \frac{Mg}{S}$. Следовательно,

$$p_0 + \frac{F}{S} + \frac{Mg}{S} = (p_0 + \frac{Mg}{S})\frac{n}{k} \Rightarrow F = (\frac{n}{k} - 1)(p_0S + Mg) \approx 15\,H.$$

Ответ: $F = (\frac{n}{k} - 1)(p_0S + Mg) \approx 15\,H$.

6Э. ***Теория:*** Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца. ***Полный ответ должен содержать:*** Изложение представлений о магнитном поле и определение индукции поля как его силовой характеристики, описание действия магнитного поля на движущийся заряд, формулу силы Лоренца с определением входящих в нее величин.

Задача: Отрицательно заряженная частица влетает в область однородного магнитного поля с индукцией $B = 10^{-3}$ *Тл*, где движется по дуге окружности радиусом $R = 0{,}2$ *м*. Затем частица попадает в однородное электрическое поле, где пролетает вдоль направления силовой линии участок с разностью потенциалов $U = 10^3$ *В*, при этом скорость частицы изменяется в 3 раза. Определите конечную скорость v_k частицы.

Решение:

Движение по окружности в магнитном поле:

$\frac{mv_0^2}{R} = qv_0B \Rightarrow \frac{m}{q} = \frac{BR}{v_0}$, где v_0 - скорость частицы в магнитном поле.

Пусть, например, после движения в электрическом поле $v_k = \frac{1}{3} v_0$. Тогда изменение кинетической энергии $\frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv_k^2}{2} = qU \Rightarrow v_k = \frac{3}{4}\frac{U}{BR} = 3.75 \cdot 10^6\, м/с$.

Если же $v_k = 3v_0$, то $\frac{mv_k^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = qU$, но ответ для конечной скорости не изменяется!

Ответ: $v_k = \frac{3}{4}\frac{U}{BR} = 3.75 \cdot 10^6\, м/с$.

3О. ***Теория:*** Фокусное расстояние и оптическая сила линзы. ***Полный ответ должен содержать:*** Определение понятия «линза», описание линз и их классификацию, определение точки фокуса, фокусного расстояния и оптической силы линзы.

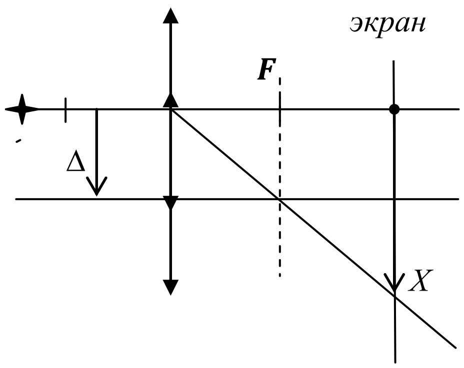
Задача: На экране, расположенном на расстоянии $f = 60$ см от собирающей линзы, получено изображение точечного источника, находящегося на главной оптической оси линзы. На какое расстояние X переместится изображение на экране, если при неподвижном источнике переместить линзу на $\Delta = 2$ см в плоскости, перпендикулярной главной оптической оси? Фокусное расстояние линзы $F = 20$ см.

Решение:

Ясно (например, исходя из формулы линзы), что изображение сместится вдоль экрана.

Из построения видно, что:

$$\frac{\Delta}{F} = \frac{X}{f} \Rightarrow X = \frac{f\Delta}{F} = 6\,\text{см}$$



Ответ:

$$X = \frac{f\Delta}{F} = 6\, см.$$