

**Время выполнения заданий — 240 минут.
Максимальное количество баллов — 100.**

Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. При отсутствии ответа ставьте прочерк.

Задача 1. На востоке Византии в IV-V веках под влиянием религиозной мысли появилась альтернативная модель Земли, несмотря на уже имевшуюся с античных времён идею её шарообразности: Земля представляет из себя гору, помещённую в нечто вроде сундука (Косма Индикоплёвст). Будем считать, что сундук представляет из себя куб с одинаковыми по массе гранями и длиной ребра 10 тыс. км; вне сундука пустота. Гора представляет из себя пирамиду с вершиной в центре куба. Основание горы совпадает с одной из граней куба. Гора имеет однородную по своему объёму плотность. Какова должна быть эта плотность для того, чтобы на вершине горы ускорение свободного падения было равно $g = 10 \text{ м/с}^2$? Считать, что работает закон всемирного тяготения Ньютона, гравитационная постоянная $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 / (\text{с}^2 \cdot \text{кг})$.

Задача 2. При расширении водяного пара из состояния 1 в состояние 2 по изотерме газ совершает работу 100 Дж. Если же сначала газ будет расширяться по изобаре, а потом по адиабате – в результате чего также перейдёт из состояния 1 в состояние 2, – то он совершит работу 171,8 Дж. Какую работу совершит газ, если сначала будет изобарически расширяться, а после изохорно охлаждаться, перейдя снова из состояния 1 в состояние 2? Пар считать идеальным газом.

Задача 3. Дан длинный тонкий прямой стержень, однородно заряженный вдоль своей длины. Противоположно заряженная маленькая частица должна вращаться в плоскости, ортогональной стержню, с угловой скоростью ω для того, чтобы оставаться на расстоянии 1 см от неподвижного стержня. Пусть теперь система из двух параллельных стержней, разделённых расстоянием 2 см и обладающих той же погонной плотностью заряда на каждом из них, вращается с той же угловой скоростью ω вокруг оси, параллельной стержням и находящейся посередине между ними. Найдите все точки, в которых та же заряженная маленькая частица может оставаться неподвижной относительно вращающихся стержней, если к ней не прикладывать никаких дополнительных внешних сил. Силами гравитационного и магнитного взаимодействий пренебречь.

Задача 4. Миражи появляются из-за неоднородности распределения показателя преломления в атмосфере. Пусть показатель преломления атмосферы $n(z)$ однороден по горизонтали, а по вертикали имеет зависимость: $n(z)=1+\Delta n$ при $z < H$, $n(z)=1+2\Delta n/3+\Delta n(H+h-z)/3h$ при $H < z < H+h$. На высотах $z > H+h$ показатель преломления увеличивается и постепенно возвращается на значение у поверхности Земли. Константа $\Delta n=3 \cdot 10^{-4}$, высоты $H=200$ м, $h=200$ м. Каково минимальное расстояние по горизонтали, на котором предмет, расположенный на поверхности Земли, будет виден расположенным в небе? Под каким углом к горизонту он будет виден на этом расстоянии?

Задача 5. Известно, что для вывода спутника на определённую орбиту совершают такой алгоритм действий: сначала его выводят на круговую околоземную орбиту. Затем на короткое время включают первый раз двигатель, в результате чего спутник выходит на эллиптическую орбиту. Наконец, в точке максимального отдаления эллиптической орбиты от Земли ещё раз на короткое время включается двигатель, и спутник выходит на круговую орбиту. Считайте, что оба раза включается один и тот же двигатель, у которого тяга остаётся постоянной во времени, а изменением массы спутника можно пренебречь. Оцените силу тяги двигателя и длительность его второго включения, необходимую для того, чтобы выйти на геостационарную орбиту (орбиту, на которой период оборота равен 1 суткам). Известно, что в первый раз маневровый двигатель включали на 100 секунд. Спутник является спутником связи типа ГЛОНАСС.