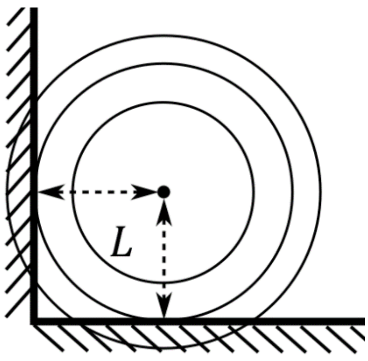
Время выполнения заданий — 240 минут.

Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если Вы не знаете ответа, ставьте прочерк.
Проверяться будет как сам ответ в бланке, так и черновики, по которым будет восстанавливаться логика получения результата.

Максимальное количество баллов — 100.

Задача 1. Шайба может двигаться без трения по дну поверхности, представляющей из себя вогнутую сферу. Период малых колебаний шайбы равен T. Движение шайбы ограничили двумя гладкими прямыми стенками, ортогональными друг другу, см. на Рисунке вид сверху. Шайба от стенок отскакивает абсолютно упруго, а стенки в вертикальном направлении наклонены так, что при отскоке шайба не отрывается от поверхности. Обе стенки находятся на расстоянии L от нижней точки поверхности.



1. С какой скоростью (амплитуда и направление) надо выпустить шайбу из нижней точки поверхности, чтобы движение шайбы было периодичным с периодом движения $3T/4$? Найдите и нарисуйте две существенно различные траектории движения с таким периодом.
2. С какой скоростью надо выпустить шайбу из нижней точки поверхности, чтобы движение шайбы было периодическим с периодом движения $2T$? Нарисуйте пример траектории с таким периодом движения.

РасстояниеL мало по сравнению с радиусом кривизны поверхности и велико по сравнению с размером шайбы.

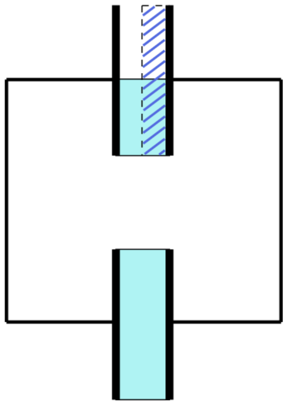
Задача 2. Двумя одинаковыми пружинами, имеющими длину L в состоянии равновесия, соединили два одинаковых груза (размер грузов мал по сравнению с L), сделав кольцо. Эту конструкцию разместили в круговом желобе длиной $2L$, по которому грузы могут двигаться без трения. Если обоим грузам, исходно находившимся в положениях равновесия, придать скорость v во встречных направлениях, то они будут колебаться с частотой ω и с амплитудами $L/10$. Теперь конструкцию достали, распилили один из грузов на две равные части, так что теперь конструкция стала линейной с одним целым грузом посередине и двумя половинными по краям, и положили в прямой желоб, по которому все три груза могут также двигаться без трения. Исходно эта конструкция покоилась.

1. В первом эксперименте двум крайним грузам придали скорость v во встречных направлениях.
2. Во втором эксперименте двум крайним грузам придали скорость v в одном и том же направлении.
3. В третьем эксперименте одному крайнему грузу придали скорость v, направленную к центру системы.

Опишите дальнейшее движение линейной конструкции во всех трёх экспериментах.

Задача 3. При расширении водяного пара из состояния 1 в состояние 2 по изотерме газ совершает работу 100 Дж. Если же сначала газ будет расширяться по изобаре, а потом по адиабате – в результате чего также перейдёт из состояния 1 в состояние 2, – то он совершит работу 171,8 Дж. Какую работу совершит газ, если сначала будет изобарически расширяться, а после изохорно охлаждаться, перейдя снова из состояния 1 в состояние 2? Пар считать идеальным газом.

Задача 4. Конденсаторы представляют собой плоские прямоугольные ящички с металлическими боковыми стенками, покрытыми тонкой диэлектрической плёнкой. Внутри ящички заполнены водой (диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 81$). Конденсаторы подключают поочередно к источнику питания и соединяют между собой параллельно. Суммарно источником питания была затрачена работа $W_0 = 100\,мДж\cdot$ В результате поломки из одного из конденсаторов вылилась половина воды. Оставшаяся половина воды распределилась в этом конденсаторе так, что соединила собою обкладки, а граница с воздухом оказалась нормальной к обкладкам, см. Рисунок. Какую работу нужно совершить, чтобы прижать воду к одной из обкладок, так чтобы граница воды с воздухом была параллельна обкладкам (соответствующая область выделена штриховкой на Рисунке)? Гравитацией и капиллярными эффектами пренебречь.



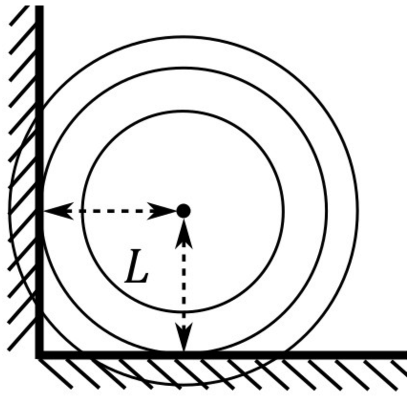
Задача 5. На корабле вертикально установлена цилиндрическая труба с радиусом $R = 1\,м$ и высотой $H = 10\,м$. Труба вращается с угловой скоростью $\omega = 0.3\,рад/с$. Ветер дует относительно корабля со скоростью $v = 10\,м/с$. Оцените силу, действующую на трубу в направлении, ортогональном направлению ветра.

10 класс. Решения.

Предложение оценки: каждая задача оценивается в 20 баллов, сумма баллов равна 100. Решение каждой задачи состоит из нескольких шагов, соответствующее разбиение по баллам приведено после решения каждой задачи.

Задача 1. Механика.

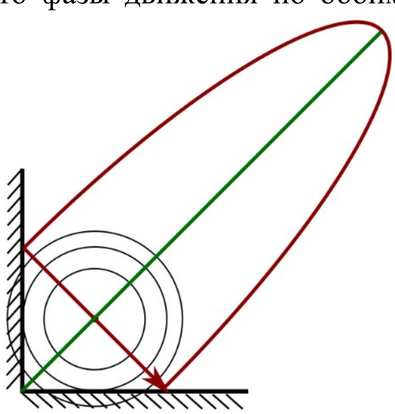
Условие (Вергелес Сергей Сергеевич) (20 баллов). Шайба может двигаться без трения по дну поверхности, представляющей из себя вогнутую сферу. Период малых колебаний шайбы равен T. Движение шайбы ограничили двумя гладкими прямыми стенками, ортогональными друг другу, см. на Рисунке вид сверху. Шайба от стенок отскакивает абсолютно упруго, а стенки в вертикальном направлении наклонены так, что при отскоке шайба не отрывается от поверхности. Обе стенки находятся на расстоянии L от нижней точки поверхности.



1. С какой скоростью (амплитуда и направление) надо выпустить шайбу из нижней точки поверхности, чтобы движение шайбы было периодичным с периодом движения $3T/4$? Найдите и нарисуйте две существенно различные траектории движения с таким периодом.
2. С какой скоростью надо выпустить шайбу из нижней точки поверхности, чтобы движение шайбы было периодическим с периодом движения $2T$? Нарисуйте пример траектории с таким периодом движения.

РасстояниеL мало по сравнению с радиусом кривизны поверхности и велико по сравнению с размером шайбы.

Решение: Введём декартову систему координат Oxy в горизонтальном направлении, оси которой параллельны стенкам; угол между стенками имеет координаты $(-L,-L)$. Заметим, что движение по каждому направлению является независимым, поскольку возвращающая сила пропорциональна радиус-вектору положения шайбы. Будем считать, что когда шайба находится в нижней точке поверхности, то фазы движения по обоим направлениям равны нулю. Обозначим частоту свободных (без стенки) колебаний шайбы $\omega=2\pi/T$.

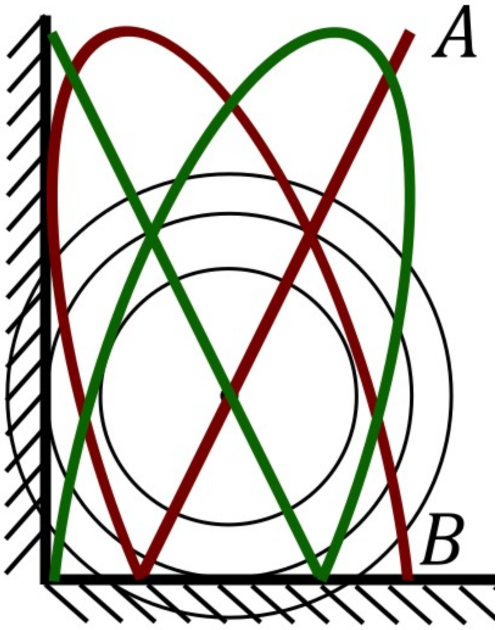


1. Таким образом, нам надо найти одномерное движение в гармоническом потенциале с периодом $3T/4$, ограниченное с одной стороны упругой стенкой на расстоянии L от положения равновесия. Это означает, что отражение от стенки должно съедать четверть периода, то есть прибавлять фазу $\pi/2$. Отражение не изменяет положения частицы, но меняет её скорость на противоположную. Отсюда приходим к выводу, что фаза движения при отражении должна испытывать, например, скачок $\pi/4 \to 3\pi/4$. Таким образом, амплитуда свободных колебаний (без стенки) должна равняться $\sqrt{2}L$, то есть скорость в нижней точки поверхности равна

$v_1=\sqrt{2}\omega L=\frac{2\sqrt{2}\pi L}{T}.$

Теперь, переходя к двумерному движению, мы получим две существенно различные траектории для начальных условий $\vec{v}=(v_1,v_1)$ и $\vec{v}=(v_1,-v_1)$. В первом случае движение происходит вдоль прямой $y=x$. Во втором случае движение происходит по замкнутой траектории, один участок которой есть прямая $y=-x$, а другой участок является половиной эллипса с полуосями $\sqrt{2}L$ и $L/\sqrt{2}$. Обе траектории изображены на рисунке зелёной и красной линиями.

2. Период движения шайбы будет периодическим с периодом больше T в том случае, если движения по x- и y-направлениям будут иметь не равные, но соизмеримые периоды. Для того, чтобы общий период движения был равен $2T$, достаточно, например, чтобы период движения по -направлению был равен T, а по y-направлению был равен $2T/3$. Период движения для -направления был взят из решения первого пункта. Однако теперь отражение от стенки должно вырезать не четверть периода, а треть. То есть, фаза должна приобретать скачок $\pi/6\to 5\pi/6$. Тогда -компонента скорости в нижней точке поверхности должна быть равной по модулю $v_y=2\omega L$. Чтобы период по x-направлению был равен T надо, чтобы отражения по x-направлению не происходило. Для этого -компонента скорости в нижней точке поверхности не должна превышать $v_{x,max}=\omega L$. Пример такой траектории с $v_x=\omega L$ изображён на рисунке. Для красного контура точка A является точкой разворота, а точка B – точкой отражения от нижней стенки; с левой стенкой соударения не происходит. Зелёная траектория есть результат зеркального отражения красной относительно вертикальной оси.



Разбалловка.

Этапы решения задачи	Баллы
Записан скачок фазы и изменение скорости при ударе о стенку для 1 случая	3
Определена амплитуда свободных колебаний	3
Скорость в нижней точке поверхности	2
Описана или изображена траектория движения шайбы	3
Записан скачок фазы и изменение скорости при ударе о стенку для 2 случая	1
Скорость в нижней точке поверхности по одному из направлений (v_y¿)	3
Скорость в нижней точке поверхности по второму направлению (v_x)	3
Описана или изображена траектория движения шайбы	2

Задача 2. Механика.

Условие (Вергелес Сергей Сергеевич) (20 баллов). Двумя одинаковыми пружинами, имеющими длину L в состоянии равновесия, соединили два одинаковых груза (размер грузов мал по сравнению с L), сделав кольцо. Эту конструкцию разместили в круговом желобе длиной $2L$, по которому грузы могут двигаться без трения. Если обоим грузам, исходно находившимся в положениях равновесия, придать скорость v во встречных направлениях, то они будут колебаться с частотой ω и с амплитудами $L/10$. Теперь конструкцию достали, распилили один из грузов на две равные части, так что теперь конструкция стала линейной с одним целым грузом посередине и двумя половинными по краям, и положили в прямой желоб, по которому все три груза могут также двигаться без трения. Исходно эта конструкция покоилась.

1. В первом эксперименте двум крайним грузам придали скорость v во встречных направлениях.
2. Во втором эксперименте двум крайним грузам придали скорость v в одном и том же направлении.
3. В третьем эксперименте одному крайнему грузу придали скорость v, направленную к центру системы.

Опишите дальнейшее движение линейной конструкции во всех трёх экспериментах.

Решение: Пусть κ – коэффициент жёсткости каждой пружины, m – масса каждого груза.

Рассмотрим сначала кольцевую систему. При смещении каждого груза на x во встречных направлениях длина каждой пружины изменится на $2x$ – одна пружина растянется, а другая сожмётся. Скорость каждого груза при этом равна $\dot{x}$. Таким образом, полные кинетическая T и потенциальная U энергии системы равны

$$T=2\frac{m\dot{x}^2}{2}=m\dot{x}^2, U=2\frac{\kappa(2x)^2}{2}=4\kappa x^2.$$

Это означает, что частота колебаний такой системы равна $\omega=2\sqrt{\kappa/m}$. При этом начальная скорость, амплитуда колебаний и частота связаны соотношением $v=\omega L/10$.

Теперь перейдём к экспериментам с линейной системой.

1. В первом эксперименте в силу симметрии системы центральный груз будет оставаться неподвижным. Положения крайних грузов (масса каждого равна $m/2$) будут испытывать симметричные колебания. Эти колебания можно рассматривать независимо, поскольку центральный груз покоится. Поскольку возвращающая сила создаётся для каждого груза одной пружиной, то частота колебаний $\omega_1=\sqrt{2\kappa/m}=\omega/\sqrt{2}$. Амплитуда колебаний равна $A_1=v/(\omega/\sqrt{2})=\sqrt{2}L/10$. Таким образом, положения грузов будут описываться формулами

$$\textit{левый груз}: x_{\kappa-\text{¿}(t)-x_{\kappa-\text{¿}(0)=\frac{\sqrt{2}L}{10}\sin(\omega t/\sqrt{2})\text{¿}}}^{\text{¿}}$$

$$\textit{центральный груз}: x_{ц}(t)-x_{ц}(0)=0$$

$$\textit{левый груз}: x_{\kappa+\text{¿}(t)-x_{\kappa+\text{¿}(0)=\frac{-\sqrt{2}L}{10}\sin(\omega t/\sqrt{2})\text{¿}}}^{\text{¿}}$$

2. Во втором эксперименте после придания двум крайним грузам скорости v в одном и том же направлении (будем считать, что это направление совпадает с осью Ox) у конструкции как целого появится ненулевой импульс p, а, значит, и скорость центра масс V, равные

$$p=2\frac{m}{2}v\,,V=\frac{p}{2m}=\frac{v}{2}.$$

Перейдём в систему координат, движущуюся со скоростью центра масс V. Начальными условиями в этой системе координат являются: у крайних грузов скорости $v/2$, у центрального груза скорость $-v/2$. Проверим, что система будет совершать такие антисимметричные колебания, когда смещения крайних грузов и центрального груза равны

$$\textit{крайние грузы}: x_{\text{к}-¿'(t)-x_{\text{к}-¿'(0)=x_{\text{к}+¿'(t)-x_{\text{к}+¿'(0)=A_2\sin(\omega_2 t)¿}¿}¿}}¿$$

$$\textit{центральный груз}: x_{ц}'(t)-x_{ц}'(0)=-A_2\sin(\omega_2 t)$$

Штрих означает, что равенства написаны в движущейся системе координат. Действительно, из растяжения пружин следует, что на оба крайних груза действует сила, равная $F_{\text{к}}=-2\kappa A_2\sin(\omega_2 t)$, тогда как на центральный груз действует сила равная $-2F_{\text{к}}$. Такие же силы получаются, если их рассчитать из ускорения грузов,

$$F_{\text{к}}=-2A_2\kappa\sin(\omega_2 t)=\frac{m}{2}d^2\frac{x_{\text{к}+¿'(t)}}{dt^2}=\frac{-A_2 m\omega_2^2}{2}\sin(\omega_2 t),¿$$

если положить $\omega_2=2\sqrt{\kappa/m}=\omega$. Амплитуда колебаний должна быть равной $A_2=v/(2\omega_2)=L/20$. Теперь осталось перейти в лабораторную систему отсчёта, что добавит равномерное смещение со скоростью V:

$$\textit{крайние грузы}: x_{\text{к}-¿(t)-x_{\text{к}-¿(0)=x_{\text{к}+¿(t)-x_{\text{к}+¿(0)=\frac{L}{20}\sin(\omega t)+\frac{vt}{2}¿}¿}¿}}¿$$

$$\textit{центральный груз}: x_{ц}(t)-x_{ц}(0)=\frac{-L}{20}\sin(\omega t)+\frac{vt}{2}$$

3. Если движение начинается с толчка только одного (примем, что левый) груза, то дальнейшее движение будет комбинацией движений пунктов 1 и 2. Скорость движения центра масс равна

$$V=\frac{(m/2)v}{2m}=\frac{v}{4}.$$

В системе координат, движущейся со скоростью V, начальные скорости равны

$$v_{\text{к}-¿'(0)=\frac{3v}{4}=\frac{v}{2}+\frac{v}{4}¿}$$

$$v_{ц}'(0)=\frac{-v}{4}=0-\frac{v}{4}$$

$$v_{\text{к}+¿'(0)=\frac{-v}{4}=\frac{-v}{2}+\frac{v}{4}¿}$$

Таким образом, амплитуда симметричных колебаний равна $\sqrt{2}L/20$, а амплитуда антисимметричных колебаний равна $L/40$:

$$\textit{левый груз}: x_{\text{к}-¿(t)-x_{\text{к}-¿(0)=\frac{\sqrt{2}L}{20}\sin\left(\frac{\omega t}{\sqrt{2}}\right)+\frac{L}{40}\sin(\omega t)+\frac{vt}{4}¿}}¿$$

$$\textit{центральный груз}: x_{ц}(t)-x_{ц}(0)=\frac{-L}{40}\sin(\omega t)+\frac{vt}{4}$$

$$левый\,груз : x_{к+¿(t)-x_{к+¿(0)=\frac{-\sqrt{2}L}{10}\sin(\omega t/\sqrt{2})+\frac{L}{40}\sin(\omega t)+\frac{vt}{4}¿}}^{¿}$$

Рассмотренная модель описывает колебания (две из трёх мод) внутри молекулы CO_2, у которой все три атома расположены на одной прямой.

Разбалловка.

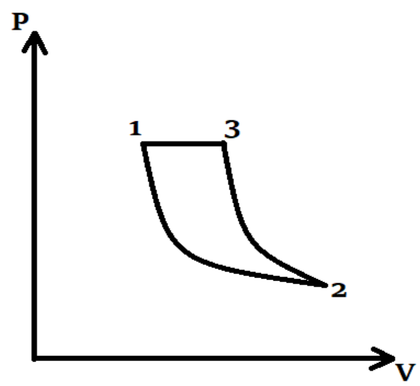
Этапы решения задачи	Баллы
Параметры кольцевой системы (частота колебаний и начальная скорость)	2
Частота и амплитуда колебаний системы в первом эксперименте	2
Формулы, описывающие положения грузов	3
Частота и амплитуда колебаний системы во втором эксперименте	2
Формулы, описывающие положения грузов	2
Скорость центра масс	2
Скорости грузов относительно центра масс	2
Амплитуда симметричный и антисимметричных колебаний	2
Формулы, описывающие положения грузов	3

Задача 3. Термодинамика.

Условие (20 баллов). При расширении водяного пара из состояния 1 в состояние 2 по изотерме газ совершает работу 100 Дж. Если же сначала газ будет расширяться по изобаре, а потом по адиабате – в результате чего также перейдёт из состояния 1 в состояние 2, – то он совершит работу 171,8 Дж. Какую работу совершит газ, если сначала будет изобарически расширяться, а после изохорно охлаждаться, перейдя снова из состояния 1 в состояние 2? Пар считать идеальным газом.

Решение. Рассмотрим сначала процесс 1-2, представляющий собой изотерму. На изотерме $PV=const$, поэтому

$$P_1V_1=P_2V_2(1)$$



Работа при изотермическом расширении, численное значение которой задано в условии, равна

$$A_I=A_{12}=P_1V_1\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)=100\,Дж,$$

Далее, рассмотрим процесс 1-3-2. Работа на изобарном процессе 1-3

$$A_{13}=P_1(V_3-V_1)$$

Работа на 3-2 адиабате:

$$Q_{32}=0=A_{23}+\Delta U$$

$$A_{23}=-\Delta U=\frac{i}{2}\left(P_3V_3-P_2V_2\right)=3P_1\left(V_3-V_1\right),$$

где $i=6$ — количество степеней у трёх-атомной молекулы воды. Полная работа 1-3-2, численное значение которой также задано в условии, равна

$$A_{II}=A_{13}+A_{32}=4P_1\left(V_3-V_1\right)=171{,}8\,Дж$$

Выразим теперь промежуточное значение объёма V_3 через значения объёма V_1 и V_2. Процесс 3-2 является адиабатой, значит $PV^{\gamma}=const$, с γ = (i+2)/i = (6+2)/6 = 4/3. Таким образом,

$$P_3V_3^{\frac{4}{3}}=P_2V_2^{\frac{4}{3}}$$

С учётом уравнения (1) находим, что

$$P_1V_3^{\frac{4}{3}}=P_1V_2^{\frac{1}{3}}V_1,\, то есть\, V_3=V_2^{\frac{1}{4}}V_1^{\frac{3}{4}}.$$

Запишем отношение работы на процессе 1-2 к работе на процессе 1-3-2:

$$\frac{A_I}{A_{II}}=\frac{P_1V_1\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}{4P_1\left(V_3-V_1\right)}=\frac{V_1\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}{4\left(V_2^{\frac{1}{4}}V_1^{\frac{3}{4}}-V_1\right)}=\frac{\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}{4\left(\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{1}{4}}-1\right)}=\frac{1}{1.718}=\frac{1}{e-1},$$

где e есть основание натуральной экспоненты. Из этого соотношения легко увидеть, что отношение объёмов в начальной и конечной точках равно

$$\frac{V_2}{V_1}=e^4$$

Наконец, из знания работы, совершённой при изотермическом процессе 1-2, находим

$$P_1V_1=\frac{A_I}{4}=25\,Дж$$

В результате, искомая работа, совершённая при изохорном расширении от V_1 до V_2, равна

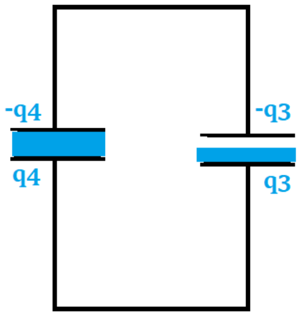
$$A_{III}=P_1\left(V_2-V_1\right)=P_1V_1\left(\frac{V_2}{V_1}-1\right)=\frac{A_I\left(e^4-1\right)}{4}=1340\,Дж.$$

Разбалловка.

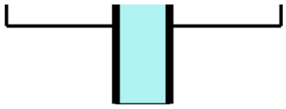
Этапы решения задачи	Баллы
Записано выражение для работы в изотермическом процессе 1-2	2
Записано выражение для работы изобарическом процессе	1
Записано выражение для работы в адиабатическом процессе	3
Получено соотношение между объемами в	9 баллов

состоянии 1 и 2	
Вычислена работа в изотермическом процессе 1-2	1 балл
Записано выражение для работы в совокупности изобарного и изохорного процессов	2 балла
Получен окончательный ответ в численном виде – 2 балла.	2 балла

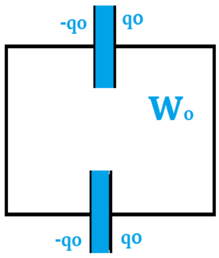
Задача 4. Электростатика



Задача 4 (Вергелес Сергей Сергеевич) (20 баллов). Конденсаторы представляют собой плоские прямоугольные ящички с металлическими боковыми стенками, покрытыми тонкой диэлектрической плёнкой. Внутри ящички заполнены водой (диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 81$). Конденсаторы подключают поочередно к источнику питания и соединяют между собой параллельно. Суммарно источником питания была затрачена работа $W_0 = 100\,мДж$. В результате поломки из одного из конденсаторов вылилась половина воды. Оставшаяся половина воды распределилась в этом конденсаторе так, что соединила собою обкладки, а граница с воздухом оказалась нормальной к обкладкам, см. Рисунок. Какую работу нужно совершить, чтобы прижать воду к одной из обкладок, так чтобы граница воды с воздухом была параллельна обкладкам (соответствующая область выделена штриховкой на Рисунке)? Гравитацией и капиллярными эффектами пренебречь.

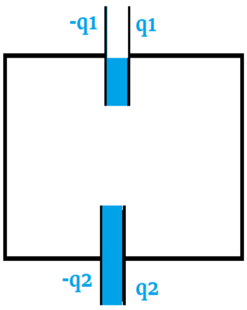


Решение. Рассмотрим ситуацию после зарядки конденсаторов и перед поломкой одного из них. Энергия системы (затраченная работа источником питания) равна



$W_0 = \dfrac{2q_0^2}{2C_0} = \dfrac{q_0^2}{C_0}$ Здесь C_0 – ёмкость неполоманного конденсатора.

После поломки одного из конденсаторов заряды на обкладках конденсаторов перераспределятся, так что $2q_0 = q_1 + q_2$. Распределение зарядов между конденсаторами находим из условия, что напряжения на обкладках обоих конденсаторов должны совпадать,



$$U = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_0}$$

Ёмкость поломанного конденсатора может быть вычислена как результат параллельного соединения двух конденсаторов половинного размера, один без воды, а другой с водой:

$$C_1 = \frac{C_0}{2} + \frac{C_0}{2\varepsilon} = \frac{(\varepsilon+1)C_0}{2\varepsilon} \Rightarrow q_1 = \frac{(\varepsilon+1)q_2}{2\varepsilon}$$

В результате находим, что заряды

$$q_2 = \frac{4\varepsilon q_0}{3\varepsilon+1},\, q_1 = \frac{2(\varepsilon+1)q_0}{3\varepsilon+1},$$

А полная энергия

$$W_I = \frac{q_1^2}{C_1} + \frac{q_2^2}{C_0} = \frac{4(\varepsilon+1)^2 q_0^2 2\varepsilon}{2(3\varepsilon+1)^2(\varepsilon+1)C_0} + \frac{16\varepsilon^2 q_0^2}{2(3\varepsilon+1)^2 C_0} = \frac{4\varepsilon}{3\varepsilon+1}\frac{q_0^2}{C_0} = 1{,}33\,W_0$$

Теперь рассмотрим, какова будет энергия системы, если в поломанном конденсаторе изменится расположение воды. Распределение зарядов на конденсаторах обозначим q_3

(поломанный) и q_4, из закона сохранения заряда $2q_0=q_3+q_4$. Снова запишем условие равенства напряжений,

$$U=\frac{q_3}{C_3}=\frac{q_4}{C_0},$$

но теперь поломанный конденсатор можно представить как последовательное соединение двух конденсаторов половинной толщины, так что

$$C_3=\left(\frac{1}{2\frac{C_0}{\varepsilon}}+\frac{1}{2C_0}\right)^{-1}=\frac{2C_0}{\varepsilon+1}.$$

Поэтому заряды

$$q_3=\frac{4q_0}{\varepsilon+3},q_4=\frac{2(\varepsilon+1)q_0}{\varepsilon+3},$$

а полная энергия

$$W_{II}=\frac{q_4^2}{C_0}+\frac{q_3^2}{C_3}=\frac{4(\varepsilon+1)^2q_0^2}{2(\varepsilon+3)^2C_0}+\frac{16(\varepsilon+1)q_0^2}{2(\varepsilon+3)^2 2C_0}=\frac{q_0^2}{C_0}\frac{2(\varepsilon+1)}{\varepsilon+3}=1{,}95W_0.$$

Разность энергий даёт как раз (минимальную) работу, которую нужно совершить, чтобы перевести систему из одного состояния в другое, то есть

$$A=W_{II}-W_I=\frac{2(\varepsilon-1)^2}{(\varepsilon+3)(3\varepsilon+1)}W_0=0.62W_0=62\,мДж.$$

Разбалловка.

Этапы решения задачи	Баллы
Записана энергия исправного конденсатора	1
Записана емкость конденсатора наполовину заполненного водой в 1 положении	2
Записана емкость конденсатора наполовину заполненного водой в 2 положении	2
Найдена полная энергия для первого состояния поломанного конденсатора	5
Найдена полная энергия для первого состояния поломанного конденсатора	5
Найдена работа	5

Задача 5. Задача-оценка.

Условие (Парфеньев Владимир Михайлович) (20 баллов). На корабле вертикально установлена цилиндрическая труба с радиусом $R=1\,м$ и высотой $H=10\,м$. Труба вращается с угловой скоростью $\omega=0.3\,рад/с$ Ветер дует относительно корабля со скоростью $u=10\,м/с$. Оцените силу, действующую на трубу в направлении, ортогональном направлению ветра.

Решение. Сила F, действующая на трубу, оценивается как разность давлений $\Delta P = P_{+¿-P_{-¿¿}¿}$ по обе стороны трубы, помноженную на вертикальную площадь сечения трубы:

$$F \quad 2RH \cdot \Delta P .$$

Разность давлений можно оценить, используя уравнение Бернулли. Дело в том, что по разные стороны трубы скорость движения воздуха разная, равная $v_{\pm}=u \pm \Delta u$, полуразность Δv связана с увлечением воздуха вращающейся трубой:

$$\Delta u \quad \omega R .$$

Согласно уравнению Бернулли комбинация

$$P+\frac{\rho v^2}{2}=const$$

остаётся постоянной вдоль линий тока. Здесь $\rho=1.2\,кг/м^3$ есть массовая плотность воздуха. Поэтому разность

$$\Delta P \quad \rho ¿¿$$

поскольку $R\omega \ll u$. В итоге получаем, что сила

$$F \quad 100\,H .$$

Сила F называется силой Магнуса.

Разбалловка.

Написано выражение для силы пропорциональной разности давлений	4
Написано что выражение для разности скоростей из-за вращения трубы	4
Написано уравнение Бернулли	2
Найдена пропорциональность разности давлений от разности квадратов скоростей	4
Написана правильная оценка для силы	6