

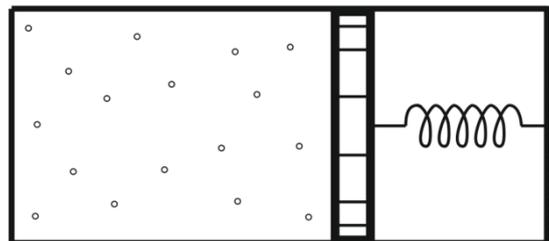
Время выполнения заданий — 240 минут.

Максимальное количество баллов — 100.

Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если Вы не знаете ответа, ставьте прочерк.

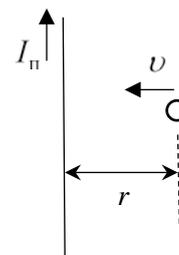
Задача 1 (20 баллов). Пружина закреплена горизонтально и лежит на гладком основании. Пружина массивная, масса равномерно распределена вдоль её длины. К ней прикреплён груз массы M . В таком варианте наблюдаются колебания с некоторой частотой. После того, как груз убрали, частота колебаний увеличилась вдвое. Какова масса пружины m ? Указание: считать, что относительное растяжение пружины при колебаниях мало; длина волны сжатия в пружине при рассматриваемых частотах велика по сравнению с длиной пружины, т.е. пружина во все моменты времени растянута равномерно.

Задача 2 (20 баллов). Внутри горизонтального цилиндра находится смесь азота и гелия, запёртая поршнем с давящей на него пружиной (см. рис). В отсеке, где находится пружина, создан вакуум. Пружина не деформирована, когда поршень прижат к противоположному торцу цилиндра. Если в течение минуты пропускать ток $I = 4$ А через сопротивление $r =$



1 Ом расположенное внутри цилиндра, то температура смеси поднимается на $\Delta T = 10$ °С после установления равновесия; за такое короткое время газ под поршнем не успевает обменяться теплом с окружающей средой. Из-за того, что материал стенок оказался проницаем для атомов гелия, через очень большой интервал времени он полностью улетучился из цилиндра, при этом объем газа сократился на 25%, имея температуру, вернувшуюся к исходному равновесному с окружающей средой значению. Найти количество азота в смеси. Пренебрегайте теплоемкостями стенок, поршня и сопротивления. Поршень перемещается без трения.

Задача 3 (20 баллов). Проводящее кольцо радиуса a и массы m находится на расстоянии $r \ll a$ от бесконечного провода по которому течет ток $I_{\text{п}}$, причем провод лежит в плоскости кольца (см. рисунок). В результате толчка кольцо получило скорость v_0 , вектор которой также лежит в плоскости кольца и направлен перпендикулярно к проводу. Найти сопротивление кольца R , если известно, что к моменту своей окончательной остановки оно переместилось на $\Delta r \ll r$. Сила тяжести отсутствует, индуктивностью кольца пренебречь.



Задача 4 (20 баллов).

Феномен полного внутреннего отражения используют для



создания световодов, по которым можно передавать оптический сигнал без потерь. Рассмотрим световод цилиндрической формы, к центру торца которого вплотную приставлен точечный источник света. Пусть теперь в бракованной партии таких световодов они плавно сужаются от входного торца к выходному, причем поперечное сечение световода все время остаётся круглым. Оказалось, что те световоды, у которых отношение диаметров торцов не превышает $C_{\text{max}} = 1,25$, сигнал от источника света приходит к выходному концу имея ту же интенсивность, что и в не бракованных. Найдите отсюда коэффициент преломления материала световода.

Задача 5 (20 баллов). Оцените амплитуду индукции магнитного поля, создающуюся индукционной варочной конфоркой вблизи дна разогреваемой кастрюли, сделанной из проводящего металла. Мощность, передаваемая кастрюле, равна 1 кВт. Индукционная варочная панель внутри представляет из себя горизонтально расположенную спираль с током размера конфорки. Магнитное поле меняется с частотой 100 кГц. На такой частоте оно практически не проникает в металлическое дно кастрюли (глубина проникновения $\delta = 80$ мкм), огибая его как это происходит для сверхпроводника. Разогревает металл индуцированное магнитным полем электрическое поле, которое направлено ортогонально магнитному полю, также по касательной к поверхности металла и проникает в металл на ту же глубину вызывая в нём электрические токи. При этом отношение электрического поля к магнитному полю на поверхности металла оказывается фиксированным и задаётся так называемым поверхностным импедансом, он равен $\zeta = E/B = 5000$ В/(Тл · м). Удельное значение проводимости металла равно $\sigma = 10^6$ /(Ом · м).

