

Время на выполнение заданий — 120 минут

Вам необходимо привести решение всех заданий. Обратите внимание, что ответы без решений и необходимых пояснений не будут засчитаны! Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все неизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи.

Удачи!

Задание 1. «Пенсионная реформа» (25 баллов)

Вместе с повышением пенсионного возраста правительство Российской Федерации разработало ряд мер для защиты работников предпенсионного возраста. К данной категории относятся работники, которым до наступления пенсионного возраста осталось не более 5 лет. Одна из таких мер предусматривает наложение штрафа на предприятие в размере до 200 тыс. руб. за необоснованное увольнение работника предпенсионного возраста.

1. **(12 баллов)** Приведите **два (2)** аргумента, объясняющих, почему введение санкций за увольнение работников предпенсионного возраста может негативно сказаться на прибыли российских компаний, которые не нарушают закон и, соответственно, не платят штраф, упомянутый выше. Если вы укажете три аргумента и более, то засчитаны будут только первые два.

Ответ. Возможные варианты ответа:

- Санкции за увольнение работников предпенсионного возраста ограничат гибкость компаний в отношении численности персонала. Например, при падении спроса на продукцию компании предприятию будет сложнее сократить количество работников, что приведет к снижению прибыли (фирма будет платить заработную плату избыточному числу сотрудников).
- Запрет на увольнение работников предпенсионного возраста приведет к сокращению у части сотрудников, относящихся к данной категории, мотивации хорошо работать, поскольку теперь никто не сможет лишить их должности. Это снизит производительность труда, а значит и прибыль компании.

Возможны и другие верные варианты ответа. Главное – это четкая и аргументированная формулировка механизма того, как предложенные меры приведут к сокращению прибыли компаний.

2. **(13 баллов)** Предложите **три (3)** различных и не противоречащих вступающему в силу закону (т.е. фирма не увольняет работников предпенсионного возраста)

варианта того, как компании могут начать действовать в обход указанных в задании санкций. Если вы приведете четыре варианта и более, то засчитаны будут только первые три.

Ответ. Компании могут:

- Закрыться и открыться заново, приняв на работу только часть прежних сотрудников;
- Принять на себя рост издержек и сократить размер своей прибыли (увеличить размер убытка);
- Увольнять работников незадолго до наступления предпенсионного возраста;
- Не нанимать вообще (или нанимать меньше) работников предпенсионного возраста;
- Сократить (реальную) заработную плату (премии) работникам предпенсионного возраста, чтобы вынудить их уволиться;
- Сократить (реальную) зарплату (премии) всем работникам, чтобы компенсировать снижение производительности труда / рост издержек;
- Перевести сотрудников предпенсионного возраста на сдельную оплату труда, чтобы их мотивация работать больше / лучше возросла;
- Перевести работников предпенсионного возраста на срочный контракт, чтобы можно было закончить трудовые отношения по его истечении;
- Провести обучение (повышение квалификации) для работников предпенсионного возраста, чтобы повысить их производительность труда;
- Увольнять больше работников из других возрастных категорий;
- Не нанимать вообще (или нанимать меньше) работников из других возрастных групп;
- Повысить цену производимой продукции и / или снизить выпуск, чтобы компенсировать падение производительности труда / рост издержек.

Возможны и другие варианты ответа. Главное – это четкая формулировка действий компании, направленных на сокращение издержек (увеличение выручки) в ответ на ухудшение условий (дополнительные ограничения).

Критерии оценивания

1. **(12 баллов)** Первый правильный аргумент оценивается в **7 баллов**, второй – в **5 баллов**. Если были приведены три и более аргументов, то оценивались только первые два, безотносительно того, верны или нет третий и последующие аргументы.
2. **(13 баллов)** Первый правильный аргумент оценивается в **6 баллов**, второй – в **4 балла**, третий – в **3 балла**. Если были приведены четыре и более аргументов, то оценивались только первые три, безотносительно того, верны или нет четвертый и последующие аргументы.

Задание 2. «Рыцари при дворе короля Артура» (30 баллов)

Король Артур славится своим гостеприимством. В его замке стоят 2 круглых стола, за которыми рассаживаются рыцари, когда съезжаются на званый обед. Рыцари любят просторно расположиться за столом, но в то же время охотно присоединяются к компании. Если за столом не очень тесно, то рыцари предпочитают сидеть в компании других рыцарей, а не проводить время в одиночестве. С другой стороны, когда за столом собирается слишком много рыцарей, может быть предпочтительнее сесть отдельно. Удовольствие, получаемое каждым конкретным рыцарем от посещения званого обеда, зависит от числа рыцарей, сидящих с ним за одним столом, следующим образом:

$$U(n) = n \cdot (13 - n)$$

где n – это общее число **всех** рыцарей за столом, включая его самого. Можно считать, что рыцари знают количество приглашенных на званый обед; они съезжаются в замок по-одному, но в процессе могут пересаживаться из-за одного стола за другой. Если рыцарь игнорирует приглашение короля Артура и не приходит на званый обед, он получает нулевое удовольствие от посещения данного мероприятия.

1. (**14 баллов**) Как рассядутся 7 приглашенных рыцарей, если каждый из них стремится максимизировать собственное удовольствие от посещения званого обеда? Как изменится ваш ответ, если приглашенных рыцарей 13? А если их 20?

Ответ. Неаналитическое решение – полный перебор всех возможных рассадок за два стола для каждого заданного числа рыцарей (7, 13, 20) и расчет значений функций удовольствия отдельного рыцаря и короля Артура.

Аналитическое решение. Удовольствие рыцаря – это квадратичная функция (коэффициент при n^2 отрицательный). Значит, существует оптимальное с точки зрения каждого рыцаря значение $n^* = 6,5$, которое соответствует абсциссе вершины параболы ветвями вниз, если представить функцию $U(n)$ графически. Однако количество приглашенных на званый обед должно быть целым числом, поэтому существуют два значения, симметричных относительно n^* , которые соответствуют максимальному уровню удовольствия любого рыцаря: $n = 6$ и $n = 7$. Если рыцарей за столом 6 или менее, то удовольствие каждого уже сидящего за столом по меньшей мере не убывает (возрастает, если до этого их было меньше 6), когда новый рыцарь присоединяется к компании и за столом находятся не более 7 приглашенных. Если число рыцарей за столом становится больше 7, то их удовольствие начинает убывать с каждым новым подсевшим рыцарем. Таким образом, рыцарь должен сравнивать своё удовольствие от нахождения за «переполненным» столом и от перехода за соседний стол.

(**5 баллов**) Если рыцарей за столом **7**, то очевидно, что им лучше сидеть за одним столом. Заметим, что $U(n)$ – это квадратичная функция с отрицательным старшим коэффициентом (график – парабола ветвями вниз), а **6** и **7** – ближайшие к абсциссе её вершины целочисленные значения n . Значит, в случае размещения за одним столом каждый из 7 приглашенных рыцарей получает максимальное удовольствие.

(**5 баллов**) Если приглашенных рыцарей **12**, то легко видеть, что рыцарю все равно, сидеть 12м за первым столом или же быть одному за вторым столом:

$$U(1) = U(12) = 12$$

Таким образом, ни один рыцарь не сядет за второй стол, пока остальные приглашенные размещаются за первым столом и их не более 11. Для 12го рыцаря безразлично, подсесть к остальным или же разместиться за отдельным столом. Рассмотрим, как поступит 13й рыцарь:

- Он сядет за второй стол, только если за первым столом уже находятся 12 рыцарей, или
- Разместится за первым столом, если 12й рыцарь сел за второй стол.

В любом из указанных случаев распределение 13 рыцарей по столам будет 12:1. Но в этот момент один из рыцарей, находящихся за первым столом, осознает, что быть 12м за первым столом хуже, чем 2м за вторым столом ($U(2) = 22 > 12 = U(12)$) и пересядет, что приведет к соотношению 11:2. Затем другой рыцарь, сидящий за первым столом, оценит, что его удовольствие в случае перехода за другой стол будет выше ($U(3) = 30 > 22 = U(11)$), и соотношение станет 10:3. Этот процесс будет идти до тех пор, пока соотношение рыцарей за столами не станет равным 7:6 или 6:7.

Комментарий. Этот ответ можно получить сразу, если вспомнить, что вариант с 6 или 7 приглашенными, собравшимися за одним столом, оптимален с точки зрения каждого рыцаря, а рассадить 13 рыцарей за два стола можно как раз в таком соотношении.

(4 балла) Если рыцарей больше 13, то они будут рассаживаться за столы таким образом, чтобы максимизировать собственное удовольствие. Иначе говоря, каждый будет стараться разместиться за столом с наименьшим на данный момент числом рыцарей, поскольку за каждым из них уже располагаются не менее 7 рыцарей и новый подсевший только уменьшает удовольствие уже присутствующих за столом гостей. Поэтому рыцари постараются разделить поровну, т.е. разница между численностью гостей, собравшихся за каждым столом, будет минимальна. Таким образом, если рыцарей 20, то они сядут по 10 приглашенных за стол.

2. (16 баллов) Король Артур заботится обо всех своих гостях. Его удовольствие от званого обеда определяется как суммарное удовольствие всех приглашенных рыцарей. Также известно, что рыцари рассядутся именно так, как их попросит король Артур. Каким образом король Артур должен рассадить 8 приглашенных рыцарей, если он стремится максимизировать суммарное удовольствие всех посетителей званого обеда? Как изменится ваш ответ, если приглашенных рыцарей 13? А если их 20?

Ответ. (5 баллов) Поскольку при числе рыцарей до 6 включительно индивидуальное удовольствие возрастает с каждым вновь прибывшим рыцарем, то Артуру всегда выгодно посадить их за один стол. В случае 7 рыцарей их индивидуальное удовольствие от нахождения за одним столом остается на том же уровне, что и при 6 рыцарях. Поскольку при этом общее число рыцарей увеличивается, то удовольствие Артура только возрастет, если он посадит 7 гостей за один стол. При числе рыцарей больше 7 каждый следующий приглашенный, располагающийся за тем же столом, получает все меньше удовольствия. В данном случае Артур сталкивается с необходимостью сравнивать положительный эффект от увеличения числа рыцарей за одним столом и отрицательный эффект от снижения их индивидуального

удовольствия. Поскольку удовольствие каждого рыцаря в случае, если их 8, принимает то же значение, как если бы их было 5 ($U(8) = 40 = U(5)$), то необходимо сравнить рассадку 8 рыцарей за одним столом и за два стола при соотношениях 7:1 или 6:2. Прямые вычисления показывают, что:

$$8 \cdot U(8) = 320 > 7 \cdot U(7) + 1 \cdot U(1) = 306 > 6 \cdot U(6) + 2 \cdot U(2) = 296$$

Таким образом, Артур должен посадить 8 рыцарей за один стол.

(6 баллов) Заметим, что сажать больше 13 рыцарей за один стол не имеет смысла, поскольку их удовольствие становится отрицательным. Если разместить 13 рыцарей за одним столом, то суммарное удовольствие будет равно нулю, т.к. $13 \cdot U(13) = 0$. Таким образом, Артур рассадит 13 рыцарей по двум столам в соотношении 12:1, или 11:2, или 10:3 и т.д. до 7:6. Заметим, что удовольствие рыцарей за первым и вторым столом одинаково ($U(1) = 12 = U(12)$, $U(2) = 22 = U(11)$ и т.д.), при этом максимальное удовольствие достигается, когда рыцари сидят в соотношении 7:6. Значит, Артур рассадит 13 рыцарей за 2 стола в соотношении 7:6, а его удовольствие будет равно $6 \cdot U(6) + 7 \cdot U(7) = 13 \cdot 42$.

(5 баллов) Поскольку нет смысла размещать **20** рыцарей за одним столом (это приведет к отрицательному удовольствию от посещения званого обеда), то их необходимо рассадить за два стола. При этом за каждым столом должны находиться не менее 8 рыцарей, иначе за другим столом будет не менее 13 рыцарей, что приведет к неположительному индивидуальному удовольствию и снижению общего удовольствия Артура:

$$7 \cdot U(7) + 13 \cdot U(13) = 7 \cdot 42 = 294$$

$$6 \cdot U(6) + 14 \cdot U(14) = 6 \cdot 42 - 14 \cdot 14 = 56$$

и далее удовольствие будет только убывать. По сути, необходимо сравнить соотношения 12:8, 11:9 и 10:10. Прямые вычисления дают:

$$12 \cdot U(12) + 8 \cdot U(8) = 12 \cdot 12 + 8 \cdot 40 = 464$$

$$11 \cdot U(11) + 9 \cdot U(9) = 11 \cdot 11 + 9 \cdot 36 = 445$$

$$2 \cdot 10 \cdot U(10) = 2 \cdot 10 \cdot 30 = 600$$

Таким образом, Артур должен рассадить **20** рыцарей за два стола поровну.

Критерии оценивания

Общие правила

- Допускаются штрафы за недочеты или неполные штрафы, если ошибка совершена лишь частично.
- Наличие **не более двух (2)** недочетов в решении штрафуются от **0 до 1 баллов** за недочет. Если в решении имеются **более двух (2)** недочетов, то каждый их них учитывается со штрафом в **1 балл**.

- Наличие **не более двух (2)** существенных ошибок приводит к потере от **5 до 10 баллов**. Если таких ошибок **больше двух (2)**, то сумма штрафа может увеличиваться.
 - Наличие **не более двух (2)** недочетов и ошибок приводит к штрафу в **10–15 баллов** и больше.
 - Если окончательный ответ в каком-либо пункте не приведен, хотя указано решение, то это рассматривается как недочет. Если таких недочетов **3 и больше**, то каждый из них штрафует в **1 балл**.
 - Поскольку задачу можно решить полным перебором, сравнивая удовольствие от различных вариантов рассадки для каждого рыцаря и для короля Артура, то за полный перебор в каждом пункте ставится максимальный балл. **Неполный перебор** оценивается со штрафом от $\frac{1}{3}$ до $\frac{2}{3}$ от стоимости пункта.
1. (**5 баллов**) Если рыцарей **7**, то им лучше разместиться за одним столом, поскольку тогда удовольствие каждого будет максимальным.

Полный балл дается за следующие типы решения:

- Полный перебор различных вариантов рассадки для каждого рыцаря.
- Использование свойств функции $U(n)$. Так, можно показать, что при целых значениях n от 0 до 7 функция $U(n)$ монотонна: она строго возрастает при n от 0 до 6 и принимает одинаковые значения при $n = 6$ и $n = 7$. Отсюда следует вывод, что все 7 рыцарей должны располагаться за одним столом. Начисление баллов осуществляется следующим образом:
 - Указание на то, что график функции – это парабола с ветвями вниз (достаточно графика или апелляции к старшему коэффициенту квадратного трехчлена) – **2 балла**;
 - Левая ветвь параболы возрастающая, а $n = 6$ и $n = 7$ – ближайšie к вершине и симметричные относительно неё целые значения n , т.е. на них достигается максимум функции целочисленного аргумента, – **3 балла**.
- Графический аргумент. Рассмотрим график функции $f(n)$, которая характеризует удовольствие рыцаря, сажающегося за 1й или 2й стол в зависимости от того, сколько из 7 приглашенных уже находятся за столом:

$$f(n) = \max \{ (n+1) \cdot (13-n-1), (6-n+1) \cdot (13-6+n-1) \}$$

Начисление баллов осуществляется следующим образом:

- Верно построен график – огибающая двух парабол – **3 балла**;
- Показано, что рыцарь получает максимальное удовольствие, когда $n = 0$ (все сидят за вторым столом, он садится туда же) или когда $n = 6$ (все сидят за первым столом, он садится туда же) – **2 балла**.

(**5 баллов**) 13 рыцарей должны быть рассажены за 2 стола в соотношении 6:7, при этом каждый рыцарь получит максимально возможное удовольствие вне зависимости от того, за каким столом он окажется.

Полный балл дается за следующие типы решения:

- Допускается ссылка на предыдущий пункт, если в нем указано, что при 6 или 7 рыцарях за столом достигается максимальное индивидуальное удовольствие и что разместить 13 рыцарей за двумя столами можно, рассадив их в соотношении 6:7 – **5 баллов**;
- Использование приведенного выше алгоритма решения. Начисление баллов осуществляется следующим образом:
 - Показана симметричность квадратичной функции удовольствия. Здесь достаточно ссылки на симметричность графика квадратичной функции и указания $n^* = 6.5$ как оси симметрии параболы – **2 балла**;
 - Продемонстрировано, что все рассадки, кроме 6:7, неустойчивы, т.е. кто-то из рыцарей захочет пересесть за другой стол – **3 балла**.

(**4 балла**) Если рыцарей больше 13, то они будут рассаживаться так, чтобы разница между количеством приглашенных за столами не превышала 1. Таким образом, **20** рыцарей распределяются поровну (по 10) за каждым столом.

Полный балл дается за следующие типы решения:

- Решение, предложенное выше. Начисление баллов осуществляется следующим образом:
 - Показано, что за столом не может находиться меньше 8 рыцарей, поскольку иначе приглашенные за другим столом получают отрицательную полезность – **2 балла**;
 - Продемонстрировано, что из всех возможных сочетаний с числом рыцарей не менее 8, т.е. 8:12, 9:11 и 10:10, симметричный сценарий самый выгодный – **2 балла**.
- Допускается ссылка на предыдущий пункт. Баллы начисляются следующим образом:
 - Указание на то, что 13 (14) рыцарей сядут в соотношении 6:7 (7:7) – **2 балла**;
 - Аргумент о том, что разница между числом рыцарей за столами всегда должна быть либо 0, либо 1 – **2 балла**.
Здесь также нужно показать, что при полученной симметричной рассадке никто из рыцарей не захочет пересесть за другой стол. Отсутствие этого аргумента ведет к потере **1 балла**.

2. (**5 баллов**) Артур предпочтет разместить **8** рыцарей за одним столом.

Полный балл дается, если указаны следующие пункты:

- 7 рыцарей всегда будут сидеть за одним столом в силу монотонности функции $U(n)$, а значит и суммарного удовольствия всех приглашенных – **2 балла**;
- Необходимость перебора всего трех вариантов рассадки и правильный подсчет удовольствия короля Артура – **3 балла**.
Если удовольствие, получаемое королем Артуром, подсчитано неверно хотя бы в одной из комбинаций, но эта ошибка не привела к качественному изменению

результата, то накладывается штраф в **1 балл**. Если удовольствие, получаемое королем Артуром, в принципе рассчитывается неверно или арифметическая ошибка исказила результат, то накладывается штраф в **2 балла**.

(**6 баллов**) Артур рассадит **13** рыцарей за два стола в соотношении 7:6, а полученное им удовольствие будет равно $6 \cdot U(6) + 7 \cdot U(7) = 13 \cdot 42$.

Полный балл дается, если указаны следующие пункты:

- Рыцари должны быть рассажены за два стола, поскольку иначе и индивидуальное удовольствие каждого рыцаря, и удовольствие самого Артура будут нулевыми – **2 балла**;
- Функция удовольствия рыцаря симметрична – **2 балла**;
- Апелляция к тому факту, что можно обеспечить максимальное удовольствие, получаемое каждым рыцарем, рассадив их за два стола в соотношении 6:7. Это также позволит максимизировать удовольствие короля Артура, которое складывается из суммы индивидуальных удовольствий. Также должно быть верно рассчитано удовольствие, получаемое Артуром – **2 балла**.

(**5 баллов**) Если приглашено **20** рыцарей, то их нужно рассадить за два стола поровну.

Полный балл дается, если указаны следующие пункты:

- За каждым столом должно сидеть не менее 7 и не более 13 рыцарей, поскольку иначе суммарное удовольствие будет снижаться – **3 балла**;
- Необходимость перебора всего трех вариантов рассадки и правильный подсчет удовольствия короля Артура – **2 балла**.

Если удовольствие, получаемое королем Артуром, подсчитано неверно хотя бы в одной из комбинаций, но эта ошибка не привела к качественному изменению результата, то накладывается штраф в **1 балл**. Если удовольствие, получаемое королем Артуром, в принципе рассчитывается неверно или арифметическая ошибка исказила результат, то накладывается штраф в **2 балла**.

Замечание. Также возможно решить задачу короля Артура в общем виде и применить полученный результат для случая 7, 13 и 20 рыцарей (см. решение и критерии задачи для 11 класса).

Задание 3. «Рынок труда» (20 баллов)

Не секрет, что доходы человека зависят от уровня его образования, обладания уникальными навыками, от должности, которую он занимает. Тогда логично предположить, что заработные платы людей со схожей квалификацией – скажем, педагогов дошкольных учебных заведений – должны быть более-менее сопоставимыми на региональном уровне. Однако по данным официальной статистики в период с января по сентябрь 2016г. средняя заработная плата такого работника в Московской области составляла 42 521 руб., в Ленинградской области – 34 352 руб., в Ростовской области – 18 152 руб., в Республике Дагестан – 14 605 руб., в Нижегородской области – 25 008 руб., в Тюменской области – 47 205 руб.

1. (14 баллов) Приведите два (2) различных рыночных фактора, которые могут объяснить существующий разрыв в уровне заработных плат работников со схожей квалификацией на межрегиональном уровне. Если вы укажете три фактора и более, то засчитаны будут только первые два.

Ответ. Примеры факторов, которые могут быть засчитаны в качестве правильного ответа:

- Характеристики спроса и предложения на **локальных** рынках труда могут значительно отличаться. Это объясняет наблюдаемую разницу в уровне заработных плат от региона к региону;
- Регионы России неоднородны по уровню благосостояния, что также определяет величину средней заработной платы. Здесь важными факторами являются: региональная социально-экономическая политика, качество локальных институтов, специализация региона, его природно-климатические особенности и пр. Таким образом, уровень жизни, уровень заработных плат, уровень доходов населения в одном регионе могут быть значительно выше, чем в другом;
- За схожей записью в трудовой книжке могут скрываться разные требования к кандидатам на определенную должность. Допустим, регион А характеризуется высокой долей сельских жителей, низким уровнем образования и здоровья, недостаточным охватом населения учебными и лечебно-оздоровительными учреждениями. Регион Б, напротив, демонстрирует высокую долю городских жителей, обладает развитой инфраструктурой и широким охватом населения не только пунктами первичного приема, но и вузами, высокотехнологичными медицинскими центрами и т.д. Тогда логично предположить, что требования на должность педагога дошкольного учреждения или учителя в регионах А и Б будут различаться. Так, в регионе А будет потребность в базовом образовании, в то время как в регионе Б появится спрос на учителей, владеющих дополнительными компетенциями (например, использование современных технических средств и пр.), что должно отражаться в уровне заработной платы.

Возможны и другие варианты ответа. Главное – это четко сформулированный фактор, объясняющий наблюдаемые региональные различия в уровне заработной платы, и ясная аргументация.

2. (6 баллов) Может ли рабочий средней квалификации (скажем, электрик) получать заработную плату больше, чем специалист с высшим образованием, находящийся в том же регионе? Аргументируйте свой ответ: если он отрицательный,

поясните почему; если положительный, дополнительно укажите, при каких условиях будет наблюдаться подобная ситуация.

Ответ. Да, может. Одна из причин кроется в межотраслевом неравенстве. Например, если в регионе сосредоточены предприятия, добывающие нефть и газ и имеющие стратегическое значение для экономики страны, заработная плата электрика на таком предприятии может превышать заработную плату, например, учителя истории в общеобразовательной школе, имеющего диплом о высшем образовании, или младшего научного сотрудника, имеющего диплом кандидата наук и находящегося в том же регионе.

В качестве пояснения также можно апеллировать к спросу и предложению на отдельных рынках труда, но в этом случае необходимо пояснить, при каких условиях наблюдается подобная ситуация (например, когда спрос на электриков значительно превышает спрос на профессоров при фиксированной величине предложения труда).

Возможны и другие варианты ответа. Главное – это четко сформулированный ответ («да, может»), явно обозначенная причина и ясная аргументация.

Критерии оценивания

1. (*14 баллов*) Применяется следующая схема оценивания:

- **3 балла** дается за верное указание фактора, объясняющего существующий разрыв в уровне заработных плат работников со схожей квалификацией на региональном уровне. Если фактор не сформулирован в явном виде, то выставляется часть баллов;
- **4 балла** начисляется за ясную аргументацию того, как именно указанный фактор способствует появлению межрегионального неравенства в уровне заработных плат работников со схожей квалификацией. Если аргументация является недостаточной, то выставляется часть баллов.

Если были приведены три и более факторов, то оценивались только первые два, безотносительно того, верны или нет третий и последующие факторы.

2. (*6 баллов*) Применяется следующая схема оценивания:

- **1 балл** выставляется за ответ «Да, может». Ответ «Да, может» без последующих пояснений оценивается в **0 баллов**;
- **3 балла** дается за четкое указание верной причины, по которой на рынке труда может наблюдаться представленная ситуация;
- **2 балла** начисляется за ясное пояснение к указанной причине. Если аргументация является неточной / недостаточной, то выставляется часть баллов.

Апелляция к функциям спроса и предложения на различных рынках труда без внятных пояснений относительно условий, при которых может наблюдаться подобная ситуация, оценивается неполным баллом в зависимости от степени проработанности аргумента.

Задание 4. «Хоккейный клуб» (25 баллов)

В одном городе есть хоккейный клуб, для стабильного существования которого требуется компания, готовая стать его генеральным спонсором. Губернатор озадачился поиском финансирования для клуба, представляющего город в хоккейной лиге. Он обратился к фирме-монополисту, которая производит единицу продукции с издержками 2 д.е. и реализует товар на рынке, где спрос описывается функцией $q_d(p) = 12 - p$. Также фирма-монополист уплачивает потоварный налог по ставке 4 д.е. Губернатор не может направить эти налоговые поступления на финансирование хоккейного клуба, а взимание аккордных налогов запрещено законом. Чтобы заинтересовать фирму-монополиста в спонсорской деятельности, губернатором была предложена следующая схема:

- Фирма-монополист может выбрать сумму x д.е. и внести её в пользу хоккейного клуба;
- В обмен на спонсорскую поддержку хоккейного клуба губернатор готов снизить ставку потоварного налога для фирмы-монополиста до величины $(4 - \beta \cdot x)$ д.е. при $(4 - \beta \cdot x) \geq 0$ или до нуля, если $(4 - \beta \cdot x)$ принимает отрицательные значения.

Считайте, что если фирме-монополисту безразлично, платить потоварный налог по базовой ставке 4 д.е. или же спонсировать хоккейный клуб, то она всегда предпочитает второй вариант (т.е. поддержку спорта). Величина налоговых льгот (коэффициент β) выбирается губернатором.

1. (**16 баллов**) Найдите все значения β , при которых фирма-монополист согласится стать спонсором хоккейного клуба.

Ответ. Запишем функцию прибыли фирмы:

$$\pi(q, x) = (12 - q)q - 2q - (4 - \beta x)q - x \rightarrow \max_{q \geq 0, x \geq 0}$$

Поскольку прибыль линейна по x , в оптимуме должно наблюдаться либо $x = 0$, либо максимально возможное значение x . Заметим, что фирме невыгодно выбирать $x > 4/\beta$, так как ставка налога от этого не уменьшится (останется нулевой), но фирма потеряет часть прибыли. Таким образом, нужно сравнить два варианта:

- $x = 0$:

$$\pi(q) = (12 - q)q - 2q - 4q \rightarrow \max_{q \geq 0}$$

$$q^* = 3, \pi^* = 9$$

- $x = \frac{4}{\beta}$:

$$\pi(q) = (12 - q)q - 2q - \frac{4}{\beta} \rightarrow \max_{q \geq 0}$$

$$q^* = 5, \pi^* = 25 - \frac{4}{\beta}$$

Таким образом, фирма будет спонсировать хоккейный клуб, только если $25 - 4/\beta \geq 9$, или $\beta \geq 0,25$.

2. (2 балла) Какую величину налоговых льгот β должен выбрать губернатор, если он хочет, чтобы размер спонсорской помощи хоккейному клубу x д.е. был максимальным? Сколько при этом составит бюджет хоккейного клуба, т.е. величина x_{max} д.е.?

Ответ. Заметим, что величина $x = 4/\beta$ тем больше, чем меньше значение β . По условию задачи, если фирме безразлично, платить налог в бюджет или спонсировать хоккейный клуб, она выбирает второй вариант. Тогда губернатору оптимально назначить $\beta^* = 0,25$, при этом размер спонсорской помощи составит $x_{max} = 16$ д.е.

3. (7 баллов) Допустим, губернатор установил величину налоговых льгот β на уровне, который вы определили в Пункте 2. Сравните налоговые отчисления фирмы при отказе от поддержки хоккейного клуба (т.е. при $x = 0$) и размер спонсорской помощи x_{max} д.е. Будет ли найденное вами соотношение между двумя указанными величинами (знак неравенства) оставаться таким же при других функциях спроса и иных издержках производства единицы продукции для фирмы-монополиста? Используйте формальные выкладки для аргументации своего ответа.

Ответ. При потоварном налоге фирма платила $T = t \cdot q^* = 4 \cdot 3 = 12$ д.е., а бюджет хоккейного клуба составил $x_{max} = 16$ д.е., из чего следует $x_{max} \geq T$. Данное свойство будет выполняться и при других функциях спроса и издержек, поскольку это сюжет про искажающее и неискажающее налогообложение и возникновение потерь общественного благосостояния при введении потоварного налога. При потоварном налоге фирма максимизировала величину $f(q) - tq$, тогда как будучи спонсором хоккейного клуба, она максимизирует величину $f(q) - x$. Пусть фирма выбирает выпуски q_t и q^* соответственно. Тогда максимально возможный размер бюджета хоккейного клуба будет определяться из следующего условия:

$$f(q_t) - tq_t = f(q^*) - x_{max}$$

или

$$x_{max} = f(q^*) - f(q_t) + tq_t = f(q^*) - f(q_t) + T > T$$

Данное неравенство выполнено в силу того, что $f(q^*)$ – значение функции $f(\cdot)$ в точке максимума, а $f(q_t)$ – значение функции $f(\cdot)$ в какой-то другой точке.

Критерии оценивания

- (16 баллов) Баллы распределяются следующим образом:
 - Постановка оптимизационной задачи (запись функции прибыли от двух аргументов) – **2 балла**;
 - Доказательство того, что в оптимуме фирма выберет либо минимально возможный x , либо максимально возможный x – **3 балла**;
 - Доказательство того, что фирме невыгодно выбирать x больше, чем $4/\beta$ – **3 балла**;
 - Рассмотрение случая при $x = 0$ – **3 балла** (по **1 баллу** за постановку задачи, нахождение оптимального выпуска либо цены и нахождение максимальной прибыли);

- Рассмотрение случая при $x = 4/\beta$ – **3 балла** (по **1 баллу** за постановку задачи, нахождение оптимального выпуска либо цены и нахождение максимальной прибыли);
 - Сравнение двух прибылей и решение неравенства относительно β – **2 балла**.
2. (**2 балла**) Баллы распределяются следующим образом:
- Записано, что $\beta^* = 0,25$ – **1 балл**;
 - Записано, что $x_{max} = 16$ д.е. – **1 балл**.
3. (**7 баллов**) Баллы распределяются следующим образом:
- Подсчитаны налоговые сборы при отказе от спонсорства – **1 балл**;
 - Вывод о том, что $x_{max} = 16 > T = 12$ – **1 балл**;
 - Доказательство того, что вывод $x_{max} \geq T$ сохранится и для других функций спроса и издержек – **5 баллов**.

Общие моменты:

- Отсутствие условия второго порядка ведет к потере **1 балла** столько раз, сколько раз оно пропущено;
- Арифметическая ошибка ведет к потере **2 баллов** немедленно, а далее в зависимости от того, насколько сильно она повлияла на решение и исказила ответ;
- Доказательство в Пункте 3 для линейных, но не произвольных функций оценивается максимум в **2 балла из 5** возможных при условии, что линейный случай рассмотрен правильно.