

Время на выполнение заданий — 120 минут

Вам необходимо привести решение всех заданий. Обратите внимание, что ответы без решений и необходимых пояснений не будут засчитаны! Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все неизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи.

Удачи!

Задание 1. «Финансовые рынки и макроэкономический рост» (20 баллов)

Идея о том, что развитый финансовый сектор положительно влияет на экономический рост в стране, довольно давно присутствует в работах российских и зарубежных авторов.

1. (5 баллов) Один из возможных механизмов положительного воздействия финансового сектора на будущий экономический рост носит название «канал фильтрации». *Объясните, что «фильтруют» финансовые организации и почему это оказывает положительный эффект на экономический рост в последующие годы.*

Ответ. Финансовые рынки «фильтруют» поступающие им инвестиционные проекты, финансируя наиболее успешные и перспективные, за счет чего количество хороших проектов, воплощенных в жизнь, увеличивается. Это приводит к росту качества товаров и услуг, что может являться проявлением технологического прогресса, который и есть основной фактор долгосрочного экономического роста.

2. (10 баллов) В дополнение к Пункту 1, *назовите два (2) фактора, позволяющие объяснить положительный эффект, который развитый финансовый сектор оказывает на экономический рост, и опишите механизм их воздействия.* Если вы укажете три фактора и более, то засчитаны будут только первые два.

Ответ. Возможны следующие варианты ответа:

- Более эффективная трансформация сбережений в инвестиции. Финансовый сектор позволяет не только отобрать более качественные проекты, но и преобразовать краткосрочные вклады в долгосрочные кредиты и т.д. Это позволяет профинансировать больше проектов, что ведет к увеличению количества инноваций или количества товаров, и, как следствие, к ускорению темпа экономического роста;
- Перераспределение рисков между агентами. Финансовый рынок позволяет разделить риски между агентами за счет совершенствования механизмов диверсификации, давая инвесторам возможность вкладывать деньги в более рискованные, но и более доходные активы, тем самым способствуя увеличению объема инвестиций и повышению эффективности распределения средств в экономике;

- Обмен экономической информацией. Отдельные инвесторы могут не обладать достаточным количеством информации о фирме, которую они рассматривают с точки зрения потенциального вложения средств, что заставит их отказаться от инвестиционных планов. Финансовые же рынки позволяют облегчить получение релевантной информации относительно данного агента, тем самым улучшая распределение ресурсов и обеспечивая увеличение сбережений.
3. (**5 баллов**) Ряд исследований говорит о том, что избыточно развитый финансовый рынок может, наоборот, стать причиной для снижения темпов экономического роста. Как бы вы объяснили наличие подобного эффекта? Аргументируйте свой ответ.

Ответ. Основная проблема состоит в том, что слишком развитый финансовый рынок может привести к избыточному накоплению рисков и, как следствие, к большей вероятности возникновения финансовых кризисов, которые отрицательно сказываются на экономическом росте.

Критерии оценивания

1. (**5 баллов**) **5 баллов** дается за весь выполненный пункт:
- **3 балла** – за описание того, что банки помогают эффективнее отбирать проекты для инвестирования;
 - **2 балла** – за указание связи финансового рынка с реальным сектором.

Дополнительные комментарии по оцениванию:

В качестве верного засчитывался ответ, что финансовые рынки позволяют отбирать хорошие ценные бумаги, финансовые инструменты и т.д. (при наличии верной интерпретации). Идеи о том, что канал фильтрует потоки денег или перераспределяет ресурсы, не засчитывались, поскольку здесь не отражен тот факт, что финансовые рынки помогают отобрать качественные и хорошие проекты. Также не засчитывались идеи о том, что финансовые рынки фильтруют сделки фирм, доходы и расходы страны, импорт, устаревшее оборудование, «черные» деньги (или любые движения финансов в теневой экономике) и т.п., поскольку это не имеет никакого отношения к нормальной деятельности финансовых рынков. Также засчитывалось полное объяснение связи развитости финансовых рынков с выпуском, если подробно описывалась цепочка про более эффективное использование ресурсов либо про увеличение доходов, потребительских расходов и т.п. Ответ, который основывался на увеличении объема инвестиций, не засчитывался, поскольку не факт, что инвестиций действительно станет больше (можно профинансировать меньшее количество более эффективных проектов и получить больший выпуск).

2. (**10 баллов**) По **5 баллов** дается за каждый верно указанный фактор:
- **3 балла** – за описание механизма действия фактора;
 - **2 балла** – за отражение влияния этого фактора на реальный сектор.

Дополнительные комментарии по оцениванию:

Могли засчитываться и другие причины, не приведенные в решении. Существует достаточное количество литературы, которая изучает данные механизмы и характеризует их (см., например, Levine, R. (2005). Finance and growth: Theory and evidence, In Handbook of Economic Growth, Aghion P. and Durlauf S. (eds.), Vol. 1, pp. 865–934).

3. (*5 баллов*) **5 баллов** дается за весь пункт:

- **2 балла** – за указание того, что избыточный рост финансовых рынков ведет к финансовому кризису;
- **3 балла** – за подробное описание канала возникновения данного явления.

Дополнительные комментарии по оцениванию:

Для получения полного балла необходимо указать накопление риска как причину возникновения кризиса. Аргументы о том, что развитый финансовый сектор привлекает на работу людей из других отраслей, тем самым вызывая в них стагнацию, не засчитывались, поскольку хорошо функционирующий финансовый рынок не обязательно требует наличия большого количества занятых. Более того, не обнаруживается никаких свидетельств возникновения признаков, напоминающих «голландскую болезнь», в странах с развитыми финансовыми рынками. Также стоит отметить, что несмотря на то что стоимость финансовых активов не учитывается в ВВП страны, плата за услуги финансовых посредников и т.п. является частью выпуска, поэтому подобные аргументы не засчитывались.

Задание 2. «Ценовая дискриминация» (25 баллов)

В городе N, где раньше не было сотовой связи, появился оператор-монополист, предлагающий жителям два типа услуг. Первая услуга включает в себя 300 минут бесплатных звонков в месяц. Вторая услуга состоит из 10 ГБ бесплатного интернета в месяц. В городе живут две группы потребителей, одинаковые по численности, но разные по своим предпочтениям. Монополист выбирает цену, и если она оказывается приемлемой для покупателя, то он приобретает товар. В таблице, приведенной ниже, указана максимальная цена, которую каждая группа потребителей готова заплатить за конкретный продукт:

	300 минут бесплатных звонков	10 ГБ бесплатного интернета
Потребители 1 группы	9 д.е.	x д.е.
Потребители 2 группы	6 д.е.	12 д.е.

Монополист может продавать услуги по отдельности, а может объединять их в пакет. При этом максимальная цена, которую покупатели готовы заплатить за пакет, определяется как сумма максимальных цен двух входящих в него услуг для каждой конкретной группы покупателей. *Найдите, при каких значениях x монополисту будет строго выгодно продавать пакет услуг (т.е. его прибыль в данном случае будет строго больше), и поясните полученные результаты.*

Решение и критерии оценивания

Сделаем два замечания:

1. Численность групп потребителей одинакова, поэтому нас не интересует её абсолютное значение, и данная величина может быть отнормирована его к единице. Исходя из этого, будем считать, что на рынке присутствует по одному потребителю каждого типа.

(Дается максимум 2 балла за указание того, что численность групп потребителей можно отнормировать к единице. Полный балл ставится только в том случае, если это ведет к дальнейшим продвижениям в задаче.)

2. Монополист максимизирует прибыль и полностью извлекает весь излишек той максимальной цены, которую готовы платить потребители (не имеет значения, продает он услуги одной или двум группам потребителей). Иначе говоря, монополист назначит ровно ту максимальную цену, которую готовы платить покупатели.

(Дается максимум 2 балла за указание того, что монополист назначает максимальную из возможных цен. 1 балл снимается, если этот факт упоминается, но никак не обосновывается.)

Рассмотрим две ситуации.

1. Розничная продажа.

- Как лучше реализовать 300 минут бесплатных звонков?

Если монополист продает звонки только одной группе потребителей (т.е. назначает большую из двух цен – 9 д.е.), то его выручка составляет $1 \cdot 9 = 9$ д.е. Если

монополист продает звонки двум группам потребителей (т.е. назначает меньшую из двух цен – 6 д.е.), то его выручка составляет $2 \cdot 6 = 12$ д.е. Заметим, что $12 > 9$, поэтому монополист всегда продает звонки двум группам потребителей и назначает цену $p = 6$ д.е.

(Дается максимум 4 балла за пункт. 2 балла снимаются за ошибки, которые привели к неправильным интервалам для x при продаже разным группам потребителей.)

- Как лучше реализовать 10ГБ интернета? В зависимости от x рассмотрим два случая:

- $x \geq 12$ д.е. Если монополист продает услугу только одной группе потребителей (т.е. назначает большую из двух цен – x д.е.), то его выручка составляет $1 \cdot x = x$ д.е. Если монополист продает услугу двум группам потребителей (т.е. назначает меньшую из двух цен – 12 д.е.), то его выручка составляет $2 \cdot 12 = 24$ д.е.. Заметим, что монополисту выгодно продавать услугу одной группе покупателей тогда и только тогда, когда $x > 24$.

(Дается максимум 2 балла за пункт. За наличие арифметических или иных ошибок, которые повлияли на решение, снимается 1-2 балла.)

- $x < 12$ д.е. Если монополист продает услугу только одной группе потребителей (т.е. назначает большую из двух цен – 12 д.е.), то его выручка составляет $1 \cdot 12 = 12$ д.е. Если монополист реализует услугу двум группам потребителей (т.е. назначает меньшую из двух цен – x д.е.), то его выручка достигает $2 \cdot x = 2x$ д.е. Заметим, что монополисту выгодно продавать услугу одной группе покупателей тогда и только тогда, когда $12 > 2x$, или $x < 6$.

(Дается максимум 2 балла за пункт. За наличие арифметических или иных ошибок, которые повлияли на решение, снимается 1-2 балла.)

Полученные результаты можно записать в виде системы и найти следующую зависимость выручки от x :

- $x \in [0; 6) \Rightarrow P_z = 6, Q_z = 2, P_i = 12, Q_i = 1, TR = 24$
- $x \in [6; 12) \Rightarrow P_z = 6, Q_z = 2, P_i = x, Q_i = 2, TR = 2x + 12$
- $x \in [12; 24) \Rightarrow P_z = 6, Q_z = 2, P_i = 12, Q_i = 2, TR = 36$
- $x \in [24; +\infty) \Rightarrow P_z = 6, Q_z = 2, P_i = x, Q_i = 1, TR = x + 12$

(За запись системы в таком виде также дается 8 баллов, но только при условии указания верных интервалов и верной выручки в каждом из случаев.)

2. Продажа пакета услуг.

Монополист должен решить, продавать услуги одной или двум группам потребителей. Если он реализует пакет второй группе потребителей, то цена составляет $6 + 12 = 18$ д.е. В случае продажи пакета услуг первой группе потребителей цена должна быть назначена на уровне $9 + x$ д.е. В зависимости от x рассмотрим два варианта:

- $9 + x < 18$, или $x < 9$.

Если монополист продает пакет услуг только одной группе потребителей (т.е. назначает большую из двух цен – 18 д.е.), то его выручка достигает $1 \cdot 18 = 18$ д.е. Если монополист продает пакет услуг двум группам потребителей (т.е. назначает меньшую из двух цен – $9 + x$ д.е.), то его выручка составляет $2 \cdot (9 + x) = 18 + 2x$ д.е. Заметим, что монополисту выгодно продавать пакет услуг одной группе покупателей тогда и только тогда, когда $18 > 2x + 18$, то есть $x < 0$. Таким образом, при любом неотрицательном значении x монополист будет продавать пакет услуг сразу двум группам потребителей.

(Дается максимум 4 балла за пункт. За наличие арифметических или иных ошибок, которые повлияли на решение, снимается 1-3 балла.)

- $9 + x \geq 18$, или $x \geq 9$.

Если монополист продает пакет услуг только одной группе потребителей (т.е. назначает большую из двух цен – $9 + x$ д.е.), то его выручка составляет $1 \cdot (9 + x) = 9 + x$ д.е. Если монополист реализует пакет услуг двум группам потребителей (т.е. назначает меньшую из двух цен – 18 д.е.), то его выручка достигает $2 \cdot 18 = 36$ д.е. Заметим, что монополисту выгодно продавать пакет услуг одной группе покупателей тогда и только тогда, когда $9 + x > 36$, или $x > 27$.

(Дается максимум 4 балла за пункт. За наличие арифметических или иных ошибок, которые повлияли на решение, снимается 1-3 балла.)

Полученные результаты можно записать в виде системы и найти следующую зависимость выручки от x :

- $x \in [0; 9) \Rightarrow P = 9 + x, Q_p = 2, TR = 18 + 2x$
- $x \in [9; 27) \Rightarrow P = 18, Q_p = 2, TR = 36$
- $x \in [27; +\infty) \Rightarrow P = 9 + x, Q_p = 1, TR = 9 + x$

(За запись системы в таком виде также дается 8 баллов, но только при условии указания верных интервалов и верной выручки в каждом из случаев.)

Рассмотрим, при каких значениях x целесообразно продавать пакет услуг. Для этого решим следующее неравенство:

$$\pi(\text{пакет}) > \pi(\text{звонки}) + \pi(\text{интернет}) \text{ для обеих групп покупателей}$$

$$\begin{cases} \pi(9 + x) > \pi(9) + \pi(x) \\ \pi(18) > \pi(6) + \pi(12) \end{cases}$$

(1 балл дается за запись / понимание системы и 4 балла – за нахождение верных интервалов. При этом снимается 1-4 балла в зависимости от ошибок в найденных интервалах.)

В качестве альтернативного подхода можно представить сравнение в виде таблицы:

Интервал	Розница	Комплект	Значения x , при которых выгоднее реализовывать комплект
$x \in [0; 6)$	$TR = 24$	$TR = 18 + 2x$	$x > 3$
$x \in [6; 9)$	$TR = 2x + 12$	$TR = 18 + 2x$	x – любое
$x \in [9; 12)$	$TR = 2x + 12$	$TR = 36$	$x < 12$
$x \in [12; 24)$	$TR = 36$	$TR = 36$	Нет таких x
$x \in [24; 27)$	$TR = x + 12$	$TR = 36$	$x < 24$
$x \in [27; +\infty)$	$TR = x + 12$	$TR = 9 + x$	Нет таких x

(Дается максимум **5 баллов** за сравнение и нахождение x в форме таблицы.)

Таким образом, при $x \in (3, 6) \cup [6, 9) \cup [9, 12) = (3, 12)$ монополист строго предпочитает продавать пакет услуг.

Ответ. $x \in (3, 12)$

Задание 3. «Драконы и зарплаты» (20 баллов)

В Далёкой-Далёкой Стране живут драконы. Они начинают работать в 20 лет и выходят на пенсию в 50 лет. Драконьи учёные провели большой опрос и установили, что зарплата драконов определяется по следующей формуле:

$$w_i = 20 + 3 \cdot (age_i - 20) - 5 \cdot gender_i + 0,5 \cdot gender_i \cdot (age_i - 20)$$

где:

- w_i – годовая (драконы получают зарплату раз в год!) зарплата дракона i (в овцах);
- age_i – возраст дракона i ;
- $gender_i$ – пол дракона i (эта переменная равна 0 для драконов-самцов и 1 для драконов-самок).

Ответьте на следующие вопросы:

1. (**10 баллов**) Считая, что драконы работают с одинаковой производительностью независимо от пола, *можно ли утверждать, что на их рынке труда присутствует ценовая дискриминация по половому признаку?* Аргументируйте свой ответ, используя такие индикаторы, как среднемесячная / среднегодовая заработная плата, которую получает дракон i за весь период своей трудовой деятельности (т.е. с 20 до 50 лет).

Ответ. Несложно заметить, что заработная плата дракона с возрастом меняется по-разному в зависимости от его пола. Равенство заработных плат драконов-самцов и драконов-самок достигается при следующем условии:

$$20 + 3 \cdot (age_i - 20) = 15 + 3,5 \cdot (age_i - 20) \Leftrightarrow age_i = 30$$

то есть в возрасте 30 лет. До 30 лет заработная плата выше у драконов-самцов, а после – у драконов-самок. Это свидетельствует о наличии ценовой дискриминации по половому признаку, направление которой, что важно, меняется в зависимости от возраста. Если посчитать среднюю заработную плату за весь период трудовой деятельности дракона, то получим, что у самцов она составляет 65 овец в год, а у самок – 67,5 овец в год. Таким образом, в целом, дискриминируются именно драконы-самцы.

2. (**10 баллов**) Согласно законодательству Далёкой-Далёкой Страны, все виды отпуска, который берут драконы, являются неоплачиваемыми. *Как изменится ваш ответ на Пункт 1, если известно, что драконихи уходят в отпуск и уезжают на море на 1 месяц в году, а драконы (самцы) каждый год улетают в экскурсионный тур по достопримечательностям соседних королевств длиной в 3 месяца?*

Ответ. Если рассчитать среднемесячную заработную плату драконов-самцов и драконов-самок при новых условиях, то окажется, что для первых она составляет $\frac{65}{9}$ овец в месяц, а для вторых – $\frac{67,5}{11}$ овец в месяц. Получается, что за фактически отработанное время драконы-самцы в среднем получают больше, значит, дискриминируются драконы-самки.

Критерии оценивания

1. (*10 баллов*) Применяется следующая схема оценивания:
 - **10 баллов** дается за правильное решение с учётом того, что величина и направление дискриминации меняются с возрастом;
 - **7 баллов** ставится, если решение верное, но рассчитан только суммарный доход за весь период трудовой деятельности дракона, а точка переключения (30 лет) не найдена;
 - **2 балла** назначается, если выводы делаются на основе расчёта и сравнения заработной платы только в каком-то конкретном возрасте.

2. (*10 баллов*) Применяется следующая схема оценивания:
 - **10 баллов** дается за правильное решение;
 - **5 баллов** ставится, если в идейно правильном решении неверно учтена разница в количестве отработанных месяцев. Верные рассуждения: заработная плата за год фиксирована, значит, нужно разделить её на количество отработанных месяцев и получить среднемесячную заработную плату. Неверные рассуждения: необходимо разделить годовую заработную плату на 12 месяцев, умножить полученное число на количество фактически отработанных месяцев и делать выводы на основе этой цифры.

Штрафы

- **1 балл** снимается за арифметические ошибки и описки, не повлиявшие на выводы;
- **5 баллов** снимаются за арифметические ошибки и описки, повлиявшие на выводы.

Задание 4. «Рыцари при дворе короля Артура» (20 баллов)

Король Артур славится своим гостеприимством. В его замке стоят 2 круглых стола, за которыми рассаживаются рыцари, когда съезжаются на званый обед. Рыцари любят просторно расположиться за столом, но в то же время охотно присоединяются к компании. Если за столом не очень тесно, то рыцари предпочитают сидеть в компании других рыцарей, а не проводить время в одиночестве. С другой стороны, когда за столом собирается слишком много рыцарей, может быть предпочтительнее сесть отдельно. Удовольствие, получаемое каждым конкретным рыцарем от посещения званого обеда, зависит от числа рыцарей, сидящих с ним за одним столом, следующим образом:

$$U(n) = n \cdot (13 - n)$$

где n – это общее число **всех** рыцарей за столом, включая его самого. Можно считать, что рыцари знают количество приглашенных на званый обед; они съезжаются в замок по-одному, но в процессе могут пересаживаться из-за одного стола за другой. Если рыцарь игнорирует приглашение короля Артура и не приходит на званый обед, он получает нулевое удовольствие от посещения данного мероприятия.

1. (**10 баллов**) Как рассядутся 7 приглашенных рыцарей, если каждый из них стремится максимизировать собственное удовольствие от посещения званого обеда? Как изменится ваш ответ, если приглашенных рыцарей 13? А если их 20?

Ответ. Неаналитическое решение – полный перебор всех возможных рассадок за два стола для каждого заданного числа рыцарей (7, 13, 20) и расчет значений функций удовольствия отдельного рыцаря и короля Артура.

Аналитическое решение. Удовольствие рыцаря – это квадратичная функция (коэффициент при n^2 отрицательный). Значит, существует оптимальное с точки зрения каждого рыцаря значение $n^* = 6,5$, которое соответствует абсциссе вершины параболы ветвями вниз, если представить функцию $U(n)$ графически. Однако количество приглашенных на званый обед должно быть целым числом, поэтому существуют два значения, симметричных относительно n^* , которые соответствуют максимальному уровню удовольствия любого рыцаря: $n = 6$ и $n = 7$. Если рыцарей за столом 6 или менее, то удовольствие каждого уже сидящего за столом по меньшей мере не убывает (возрастает, если до этого их было меньше 6), когда новый рыцарь присоединяется к компании и за столом находятся не более 7 приглашенных. Если число рыцарей за столом становится больше 7, то их удовольствие начинает убывать с каждым новым подсевшим рыцарем. Таким образом, рыцарь должен сравнивать своё удовольствие от нахождения за «переполненным» столом и от перехода за соседний стол.

(**3 балла**) Если рыцарей за столом **7**, то очевидно, что им лучше сидеть за одним столом. Заметим, что $U(n)$ – это квадратичная функция с отрицательным старшим коэффициентом (график – парабола ветвями вниз), а **6** и **7** – ближайшие к абсциссе её вершины целочисленные значения n . Значит, в случае размещения за одним столом каждый из 7 приглашенных рыцарей получает максимальное удовольствие.

(**4 балла**) Если приглашенных рыцарей **12**, то легко видеть, что рыцарю все равно, сидеть 12м за первым столом или же быть одному за вторым столом:

$$U(1) = U(12) = 12$$

Таким образом, ни один рыцарь не сядет за второй стол, пока остальные приглашенные размещаются за первым столом и их не более 11. Для 12го рыцаря безразлично, подсесть к остальным или же разместиться за отдельным столом. Рассмотрим, как поступит 13й рыцарь:

- Он сядет за второй стол, только если за первым столом уже находятся 12 рыцарей, или
- Разместится за первым столом, если 12й рыцарь сел за второй стол.

В любом из указанных случаев распределение 13 рыцарей по столам будет 12:1. Но в этот момент один из рыцарей, находящийся за первым столом, осознает, что быть 12м за первым столом хуже, чем 2м за вторым столом ($U(2) = 22 > 12 = U(12)$) и пересядет, что приведет к соотношению 11:2. Затем другой рыцарь, сидящий за первым столом, оценит, что его удовольствие в случае перехода за другой стол будет выше ($U(3) = 30 > 22 = U(11)$), и соотношение станет 10:3. Этот процесс будет идти до тех пор, пока соотношение рыцарей за столами не станет равным 7:6 или 6:7.

Комментарий. Этот ответ можно получить сразу, если вспомнить, что вариант с 6 или 7 приглашенными, собравшимися за одним столом, оптимален с точки зрения каждого рыцаря, а рассадить 13 рыцарей за два стола можно как раз в таком соотношении.

(3 балла) Если рыцарей больше 13, то они будут рассаживаться за столы таким образом, чтобы максимизировать собственное удовольствие. Иначе говоря, каждый будет стараться разместиться за столом с наименьшим на данный момент числом рыцарей, поскольку за каждым из них уже располагаются не менее 7 рыцарей и новый подсевший только уменьшает удовольствие уже присутствующих за столом гостей. Поэтому рыцари постараются разделить поровну, т.е. разница между численностью гостей, собравшихся за каждым столом, будет минимальна. Таким образом, если рыцарей **20**, то они сядут по 10 приглашенных за стол.

2. *(10 баллов)* Король Артур заботится обо всех своих гостях. Его удовольствие от званого обеда определяется как суммарное удовольствие всех приглашенных рыцарей. Также известно, что рыцари рассядутся именно так, как их попросит король Артур. *Каким образом король Артур должен рассадить 8 приглашенных рыцарей, если он стремится максимизировать суммарное удовольствие всех посетителей званого обеда? Как изменится ваш ответ, если приглашенных рыцарей 13? А если их 20?*

Ответ. *(3 балла)* Поскольку при числе рыцарей до 6 включительно индивидуальное удовольствие возрастает с каждым вновь прибывшим рыцарем, то Артуру всегда выгодно посадить их за один стол. В случае 7 рыцарей их индивидуальное удовольствие от нахождения за одним столом остается на том же уровне, что и при 6 рыцарях. Поскольку при этом общее число рыцарей увеличивается, то удовольствие Артура только возрастет, если он посадит 7 гостей за один стол. При числе рыцарей больше 7 каждый следующий приглашенный, располагающийся за тем же столом, получает все меньше удовольствия. В данном случае Артур сталкивается с необходимостью сравнивать положительный эффект от увеличения числа рыцарей за одним столом и отрицательный эффект от снижения их индивидуального удовольствия. Поскольку удовольствие каждого рыцаря в случае, если их 8, принимает то же значение, как

если бы их было 5 ($U(8) = 40 = U(5)$), то необходимо сравнить рассадку 8 рыцарей за одним столом и за два стола при соотношениях 7:1 или 6:2. Прямые вычисления показывают, что:

$$8 \cdot U(8) = 320 > 7 \cdot U(7) + 1 \cdot U(1) = 306 > 6 \cdot U(6) + 2 \cdot U(2) = 296$$

Таким образом, Артур должен посадить 8 рыцарей за один стол.

(4 балла) Заметим, что сажать больше 13 рыцарей за один стол не имеет смысла, поскольку их удовольствие становится отрицательным. Если разместить 13 рыцарей за одним столом, то суммарное удовольствие будет равно нулю, т.к. $13 \cdot U(13) = 0$. Таким образом, Артур рассадит 13 рыцарей по двум столам в соотношении 12:1, или 11:2, или 10:3 и т.д. до 7:6. Заметим, что удовольствие рыцарей за первым и вторым столом одинаково ($U(1) = 12 = U(12)$, $U(2) = 22 = U(11)$ и т.д.), при этом максимальное удовольствие достигается, когда рыцари сидят в соотношении 7:6. Значит, Артур рассадит 13 рыцарей за 2 стола в соотношении 7:6, а его удовольствие будет равно $6 \cdot U(6) + 7 \cdot U(7) = 13 \cdot 42$.

(3 балла) Поскольку нет смысла размещать **20** рыцарей за одним столом (это приведет к отрицательному удовольствию от посещения званого обеда), то их необходимо рассадить за два стола. При этом за каждым столом должны находиться не менее 8 рыцарей, иначе за другим столом будет не менее 13 рыцарей, что приведет к неположительному индивидуальному удовольствию и снижению общего удовольствия Артура:

$$7 \cdot U(7) + 13 \cdot U(13) = 7 \cdot 42 = 294$$

$$6 \cdot U(6) + 14 \cdot U(14) = 6 \cdot 42 - 14 \cdot 14 = 56$$

и далее удовольствие будет только убывать. По сути, необходимо сравнить соотношения 12:8, 11:9 и 10:10. Прямые вычисления дают:

$$12 \cdot U(12) + 8 \cdot U(8) = 12 \cdot 12 + 8 \cdot 40 = 464$$

$$11 \cdot U(11) + 9 \cdot U(9) = 11 \cdot 11 + 9 \cdot 36 = 445$$

$$2 \cdot 10 \cdot U(10) = 2 \cdot 10 \cdot 30 = 600$$

Таким образом, Артур должен рассадить **20** рыцарей за два стола поровну.

Критерии оценивания

Общие правила

- Допускаются штрафы за недочеты или неполные штрафы, если ошибка совершена лишь частично.
- Наличие **не более двух (2)** недочетов в решении штрафуются от **0 до 1 баллов** за недочет. Если в решении имеются **более двух (2)** недочетов, то каждый их них учитывается со штрафом в **1 балл**.
- Наличие **не более двух (2)** существенных ошибок приводит к потере от **5 до 10 баллов**. Если таких ошибок **больше двух (2)**, то сумма штрафа может увеличиваться.

- Наличие **не более двух (2)** недочетов и ошибок приводит к штрафу в **10–15 баллов** и больше.
- Если окончательный ответ в каком-либо пункте не приведен, хотя указано решение, то это рассматривается как недочет. Если таких недочетов **3 и больше**, то каждый из них штрафуются в **1 балл**.
- Поскольку задачу можно решить полным перебором, сравнивая удовольствие от различных вариантов рассадки для каждого рыцаря и для короля Артура, то за полный перебор в каждом пункте ставится максимальный балл. **Неполный перебор** оценивается со штрафом от $\frac{1}{3}$ до $\frac{2}{3}$ от стоимости пункта.

1. (**3 балла**) Если рыцарей **7**, то им лучше разместиться за одним столом, поскольку тогда удовольствие каждого будет максимальным.

Полный балл дается за следующие типы решения:

- Полный перебор различных вариантов рассадки для каждого рыцаря.
- Использование свойств функции $U(n)$. Так, можно показать, что при целых значениях n от 0 до 7 функция $U(n)$ монотонна: она строго возрастает при n от 0 до 6 и принимает одинаковые значения при $n = 6$ и $n = 7$. Отсюда следует вывод, что все 7 рыцарей должны располагаться за одним столом. Начисление баллов осуществляется следующим образом:
 - Указание на то, что график функции – это парабола с ветвями вниз (достаточно графика или апелляции к старшему коэффициенту квадратного трехчлена) – **1 балл**;
 - Левая ветвь параболы возрастающая, а $n = 6$ и $n = 7$ – ближайшие к вершине и симметричные относительно неё целые значения n , т.е. на них достигается максимум функции целочисленного аргумента, – **2 балла**.
- Графический аргумент. Рассмотрим график функции $f(n)$, которая характеризует удовольствие рыцаря, сажающегося за 1й или 2й стол в зависимости от того, сколько из 7 приглашенных уже находятся за столом:

$$f(n) = \max \{ (n+1) \cdot (13-n-1), (6-n+1) \cdot (13-6+n-1) \}$$

Начисление баллов осуществляется следующим образом:

- Верно построен график – огибающая двух парабол – **2 балла**;
- Показано, что рыцарь получает максимальное удовольствие, когда $n = 0$ (все сидят за вторым столом, он садится туда же) или когда $n = 6$ (все сидят за первым столом, он садится туда же) – **1 балл**.

(**4 балла**) 13 рыцарей должны быть рассажены за 2 стола в соотношении 6:7, при этом каждый рыцарь получит максимально возможное удовольствие вне зависимости от того, за каким столом он окажется.

Полный балл дается за следующие типы решения:

- Допускается ссылка на предыдущий пункт, если в нем указано, что при 6 или 7 рыцарях за столом достигается максимальное индивидуальное удовольствие и что разместить 13 рыцарей за двумя столами можно, рассадив их в соотношении 6:7 – **4 балла**;

- Использование приведенного выше алгоритма решения. Начисление баллов осуществляется следующим образом:
 - Показана симметричность квадратичной функции удовольствия. Здесь достаточно ссылки на симметричность графика квадратичной функции и указания $n^* = 6.5$ как оси симметрии параболы – **2 балла**;
 - Продемонстрировано, что все раскладки, кроме 6:7, неустойчивы, т.е. кто-то из рыцарей захочет пересесть за другой стол – **2 балла**.

(3 балла) Если рыцарей больше 13, то они будут рассаживаться так, чтобы разница между количеством приглашенных за столами не превышала 1. Таким образом, **20** рыцарей распределяются поровну (по 10) за каждым столом.

Полный балл дается за следующие типы решения:

- Решение, предложенное выше. Начисление баллов осуществляется следующим образом:
 - Показано, что за столом не может находиться меньше 8 рыцарей, поскольку иначе приглашенные за другим столом получают отрицательную полезность – **2 балла**;
 - Продемонстрировано, что из всех возможных сочетаний с числом рыцарей не менее 8, т.е. 8:12, 9:11 и 10:10, симметричный сценарий самый выгодный – **1 балл**.
- Допускается ссылка на предыдущий пункт. Баллы начисляются следующим образом:
 - Указание на то, что 13 (14) рыцарей сядут в соотношении 6:7 (7:7) – **2 балла**;
 - Аргумент о том, что разница между числом рыцарей за столами всегда должна быть либо 0, либо 1 – **1 балл**.
Здесь также нужно показать, что при полученной симметричной раскладке никто из рыцарей не захочет пересесть за другой стол. Отсутствие этого аргумента ведет к потере **1 балла**.

2. (3 балла) Артур предпочтет разместить **8** рыцарей за одним столом.

Полный балл дается, если указаны следующие пункты:

- 7 рыцарей всегда будут сидеть за одним столом в силу монотонности функции $U(n)$, а значит и суммарного удовольствия всех приглашенных – **1 балл**;
- Необходимость перебора всего трех вариантов раскладки и правильный подсчет удовольствия короля Артура – **2 балла**.

Если удовольствие, получаемое королем Артуром, подсчитано неверно хотя бы в одной из комбинаций, но эта ошибка не привела к качественному изменению результата, то накладывается штраф в **1 балл**. Если удовольствие, получаемое королем Артуром, в принципе рассчитывается неверно или арифметическая ошибка исказила результат, то накладывается штраф в **2 балла**.

(4 балла) Артур рассадит **13** рыцарей за два стола в соотношении 7:6, а полученное им удовольствие будет равно $6 \cdot U(6) + 7 \cdot U(7) = 13 \cdot 42$.

Полный балл дается, если указаны следующие пункты:

- Рыцари должны быть рассажены за два стола, поскольку иначе и индивидуальное удовольствие каждого рыцаря, и удовольствие самого Артура будут нулевыми – **1 балл**;
- Функция удовольствия рыцаря симметрична – **1 балл**;
- Апелляция к тому факту, что можно обеспечить максимальное удовольствие, получаемое каждым рыцарем, рассадив их за два стола в соотношении 6:7. Это также позволит максимизировать удовольствие короля Артура, которое складывается из суммы индивидуальных удовольствий. Также должно быть верно рассчитано удовольствие, получаемое Артуром – **2 балла**.

(3 балла) Если приглашено **20** рыцарей, то их нужно рассадить за два стола поровну.

Полный балл дается, если указаны следующие пункты:

- За каждым столом должно сидеть не менее 7 и не более 13 рыцарей, поскольку иначе суммарное удовольствие будет снижаться – **2 балла**;
- Необходимость перебора всего трех вариантов рассадки и правильный подсчет удовольствия короля Артура – **1 балл**.

Если удовольствие, получаемое королем Артуром, подсчитано неверно хотя бы в одной из комбинаций, но эта ошибка не привела к качественному изменению результата, то накладывается штраф в **1 балл**. Если удовольствие, получаемое королем Артуром, в принципе рассчитывается неверно или арифметическая ошибка исказила результат, то накладывается штраф в **2 балла**.

Замечание. Также возможно решить задачу короля Артура в общем виде и применить полученный результат для случая 7, 13 и 20 рыцарей (см. решение и критерии задачи для 11 класса).

Задание 5. «Доллар, прощай?!» (15 баллов)

Правительства двух малых открытых экономик заключили между собой соглашение, которое обязывает компании проводить все торговые операции между этими двумя странами только в национальной валюте (первой или второй страны). До заключения данного соглашения все сделки осуществлялись в долларах США.

1. (6 баллов) Прокомментируйте, с какой целью правительства указанных стран могли отказаться от использования доллара США в качестве основной валюты для сделок. Приведите **две (2)** экономически обоснованные причины. Если вы укажете три причины и более, то засчитаны будут только первые две.

Ответ. Возможные цели отказа от использования доллара США:

- Увеличение обращения национальных валют двух стран, которые эмитируются их центробанками;
- Снижение издержек компаний на конвертацию национальных валют в доллары;
- Возможность обезопасить национальные компании от возможных санкций со стороны США.

Возможны и другие варианты ответа. Главное – это четко сформулированные экономические причины перехода на торговлю в национальных валютах.

2. (6 баллов) Предложите **два (2)** аргумента в пользу того, почему компании в этих странах прежде предпочитали использовать доллар США, а не национальные валюты для международных расчетов. Если вы укажете три аргумента и более, то засчитаны будут только первые два.

Ответ. Возможные аргументы в пользу изначального отказа от использования национальных валют для международных расчетов:

- Большая волатильность (колебания) курсов национальных валют;
- Большой риск (вероятность) значительного падения курса (обесценения) национальной валюты;
- Большой уровень инфляции, которому подвержены национальные валюты;
- Если компании двух рассматриваемых стран закупают сырье, оборудование, технологии и пр. у фирм из третьих стран, то для взаимных расчетов намного удобнее использовать доллары США. В противном случае компаниям придется конвертировать национальную валюту в доллары США, что связано с дополнительными расходами;
- Наличие ограничений на конвертацию национальной валюты в доллары США и другие валюты (для закупки сырья, оборудования, других выплат компаниям в третьих странах).

Возможны и другие варианты ответа. Главное – это четко сформулированные экономические причины использования компаниями долларов США в международных расчетах.

3. (3 балла) С какими издержками, связанными с переводом расчетов в национальные валюты, могут столкнуться компании двух указанных экономик в краткосрочном периоде? Поясните ваш ответ.

Ответ. Возможные издержки, связанные с переводом расчетов в национальные валюты:

- Издержки на конвертацию национальной валюты в доллары (другую валюту) для закупки сырья, оборудования, технологий;
- Издержки на покупку финансовых инструментов, позволяющих застраховаться от рисков валютных колебаний (иначе говоря, хеджировать риски);
- Издержки на перезаключение (переписывание) контрактов с ценами в национальной валюте.

Критерии оценивания

1. (6 баллов) Первый правильный аргумент оценивается в 4 балла, второй – в 2 балла. Если указаны три и более аргумента, то оцениваются только первые два, безотносительно того, верны или нет третий и последующие аргументы.
2. (6 баллов) Первый правильный аргумент оценивается в 4 балла; второй – в 2 балла. Если указаны три и более аргумента, то оцениваются только первые два, безотносительно того, верны или нет третий и последующие аргументы.
3. (3 балла) Правильный ответ оценивается в 3 балла. Если ответ неполный, то за данный пункт выставляется часть баллов.

Некоторые типичные ошибки:

- В задании предполагается, что имея курс валюты первой страны к доллару США и курс валюты первой страны к валюте второй страны, можно автоматически получить курс валюты второй страны к доллару США. Например, если курс валюты первой страны к доллару упадет, то упадет и курс валюты первой страны к валюте второй страны.
- Увеличение скорости обращения национальной валюты не обязательно ведет к тому, что она становится более стабильной (тут все гораздо сложнее).
- Аргументы, основанные на предположении, что международная торговля ведется за наличный расчет, не засчитывались, поскольку на практике используется преимущественно безналичная форма расчетов.