



«

»

2013-2014

10 класс

Максимальный балл за каждую задачу – 20 баллов

Задача 1 (20 баллов)

«Стратегия подготовки к экзамену»

Вася Митичкин готовится к важному экзамену в музыкальной школе. На экзамене его попросят сыграть отрывки из произведений Чайковского, Бородина и Рахманинова. После прослушивания каждого из произведений ставят оценку по 10-балльной системе. Итоговая оценка считается как средняя величина по трём оценкам. Вася имеет всего неделю для подготовки к экзамену. Известно, что подготовиться к исполнению произведений Чайковского проще. Ожидаемый балл после X дней подготовки равен $4+X$. Произведения Бородина сложнее для исполнения, поэтому он ожидает, что после Y дней подготовки его оценка за исполнение будет равна $3+2\sqrt{Y}$. К исполнению сочинений Рахманинова он достаточно хорошо подготовился и не ожидает, что за столь короткий срок сможет изменить свою оценку за их исполнение.

Как следует Васе разделить 7 дней подготовки (дни можно разделить между подготовкой к разным частям экзамена)?

Решение:

К Рахманинову Вася не будет готовиться, поэтому $X+Y=7$ и $X=7-Y$

Итоговый средний по двум произведениям балл равен $\frac{1}{2}(11-Y)+\frac{1}{2}(3+2\sqrt{Y})$

Для нахождения максимума функции сделаем замену $Z = \sqrt{Y}$, тогда

$$\frac{1}{2}(11-Z^2)+\frac{1}{2}(3+2Z)$$

Парабола ветви вниз, поэтому только один максимум в вершине параболы при $Z = 1$. Значит, $X = 6$, $Y = 1$

Ответ:

$x=6, y=1$.

Критерии:

Возможно 3 способа решения:

I. С помощью максимизации целевой функции

- 1) Постановка задачи (записать целевую функцию и ограничения) **4 балла**
- 2) Поиск максимума **16 баллов**
- 3) Если не выполнена проверка на максимум – **18 баллов**
- 4) Проверка, что обе оценки по произведениям не превышают 10, или, эквивалентно, количество дней на Рахманинова не превышает 6, а на Бородина – 7. – **19 баллов**

II. Методом подбора

- 1) Проверить все возможные варианты ($X=0, Y=7, \dots, X=7, Y=0$) с соответствующими расчетами **16 баллов**
- 2) Сравнить их между собой **4 балла**
- 3) Учесть, что оценки, соответствующие X и Y , не должны превышать 10. **Оценка снижалась на 1 балл**

При этом если пропущен хотя бы один вариант без какого-либо обоснования, максимально возможный балл равен **15 баллам**

III. С помощью сравнения предельной выгоды от изучения обоих произведений

Возможно два способа:

1) Дискретно, в виде таблицы

Сравнить предельные выгоды – в первый день выгодно изучать Бородина, а во все остальные – Чайковского. При этом важно учитывать, что оценки, соответствующие x и y не должны превышать 10 (оценка уменьшалась на **2 балла**)

2) Непрерывно

Сравнить производные, и т.д.

Задача 2 (20 баллов)

«Ценовая политика в автоцентрах»

Предприниматель Апполинаруий владеет двумя салонами техобслуживания автомобилей, расположенными в разных районах (Северный и Южный) города. Поскольку иных заведений, предоставляющих подобные услуги в районах, где расположены салоны Апполинаруия нет, то он является монополистом в каждом из районов. Проведённые исследования показали, что функции спроса на услуги каждого из салонов в ночное время линейны и клиенты отказываются от услуг салонов при стоимости нормочаса (нормочас – норматив на выполнение производственной операции) 3000 рублей и выше в районе Южный и 2500 рублей и выше в районе Северный. Кроме того, Апполинаруию известно, что спрос в районе Северный реагирует на изменение цены более чутко, чем в районе Южный (т.е., одинаковое изменение цены приводит к бóльшему изменению объёма спроса на услугу в районе Северный, чем в районе Южный). Средние издержки каждого из салонов одинаковы, постоянны и равны 1500 рублей за нормочас. Апполинаруий, оценив ситуацию на рынке, назначил разные цены в каждом салоне.

Где цена будет выше и почему? Приведите корректное объяснение.

Решение:

Обратная кривая спроса на услуги автосалона в каждом районе имеет вид:

$P(Q) = a - bQ$, где $a_c = 2500$ и $a_{ю} = 3000$, а $b_{ю} > b_c$ по условию задачи, поскольку спрос в районе Северный более чувствителен к изменению цены, чем в районе Южный, т.е. одинаковое изменение цены в каждом из районов приводит к более значительному изменению объёма спроса в районе Северный, чем в районе Южный.

Средние издержки каждого из районов постоянны и равны 1500 рублей за нормочас, поэтому издержки предпринимателя имеют вид $TC(Q) = AC(Q) * Q = 1500Q$.

Так как Апполинаруий – монополист в каждом из районов, задача максимизации его прибыли имеет вид:

$\Pi = P_{ю}(Q_{ю}) * Q_{ю} + P_c(Q_c) * Q_c - TC(Q_{ю} + Q_c) \rightarrow \max$, где выбираются объёмы продаж в Южном и Северном районах.

Поскольку издержки предпринимателя линейны, то задача максимизации совокупной прибыли может быть разбита на две независимые задачи (заметим, что если бы средние издержки монополиста были бы не постоянны, то разбиение задачи монополии на две независимые задачи максимизации прибыли в каждом из районов могло быть неправомерным!):

$P_{ю}(Q_{ю}) * Q_{ю} - 1500Q_{ю} \rightarrow \max$, где выбирается только $Q_{ю}$, и

$P_c(Q_c) * Q_c - 1500Q_c \rightarrow \max$, где выбирается только Q_c .

При условии линейности обратной функции спроса, график функциональной зависимости прибыли от объёма продаж является параболой, ветви которой направлены вниз, что гарантирует максимум прибыли в точке: $Q_{ю}^* = \frac{a_{ю} - 1500}{2b_{ю}}$ и

$Q_C^* = \frac{a_C - 1500}{2b_C}$. Откуда можно найти цены за нормочас, которые будут установлены в каждом из районов, подставляя найденные объемы продаж в обратные функции спроса:

$P_{Ю}^* = \frac{a_{Ю} + 1500}{2} = 2250$ рублей за нормочас и $P_C^* = \frac{a_C + 1500}{2} = 2000$ рублей за нормочас.

Следует заметить, что при линейных обратных функциях спроса и постоянных предельных издержках монополиста цена, установленная в каждом из районов зависит только от величины предельных издержек и цены, при которой исчезает спрос на продукцию монополиста. Поэтому цена за нормочас будет выше в районе Южный, чем в районе Северный.

Критерии оценивания решения:

Записаны функции спроса в каждом из районов – **по 2 балла** за каждую функцию.

Верно выписаны издержки монополиста или его предельные издержки – **3 балла**.

Верно составлена задача монополиста – **5 баллов**.

Обосновано, что найденное значение цены или объёма продаж гарантирует максимум прибыли – **2 балла**.

Верно найдены цены монополиста в каждом районе – **4 балла**.

Приведено верное сравнение цен – **2 балла**.

Часто встречающаяся ошибка в решении: совершалась попытка сравнения цен монополиста, используя эластичности спроса по цене, при этом совершенно упускался тот факт, что для линейной кривой спроса эластичность не является величиной постоянной и зависит от того, в какой точке она была вычислена.

Задача 3 (20 баллов)

«Торговые барьеры: за и против»

Создание Украиной зоны свободной торговли с ЕС или/и её возможным присоединением к Таможенному союзу актуализировали тему торговых барьеров. Известно, что свободная торговля приводит к росту экономического благосостояния всех стран. Введение протекционистских мер может ухудшить ситуацию в экономике стран.

А) Какие вам известны последствия введения торговых барьеров?

Б) Какую цель может преследовать правительство страны при введении торговых барьеров?

Ответ:

А) (10 баллов)

Последствия:

- Увеличение занятости за счёт увеличения национального производства
- Потери потребителей (рост цен при защите от импорта)
- Рост доходов национальных производителей, конкурирующих с импортом
- Рост доходов государственного бюджета
- Неэффективное использование ресурсов (перераспределение ресурсов из отраслей со сравнительным преимуществом)
- Высокая административная стоимость тарифной защиты
- Ослабление стимулов к НТП
- Непроизводительные расходы на лоббирование
- Опасность экономической войны между странами
- Падение цен факторов производства, интенсивно используемых в незащищаемых отраслях, и рост цен в защищаемых.

Б) (10 баллов)

Цели:

- Рост доходов государственного бюджета
- Увеличение занятости
- Обеспечение безопасности государства.
- Защита молодых отраслей
- Защита потребителей от некачественных товаров
- Защита от дешёвой рабочей силы
- Защита от демпинга

Критерии оценки:

1) Полный балл (**10 баллов**) за ответ на каждый вопрос выставляется, если в ответе сформулировано больше двух корректных примеров и приведены объяснения, которые дают представления о понимании проблемы.

- 2) Если в ответе сформулированы два корректных примера и приведены пояснения, то выставляется **7 баллов**.
- 3) Если в ответе сформулирован один корректный пример и приведены пояснения, то выставляется **4 балла** (или 1 корректный пример и один не совсем точный).
- 4) Если в ответе сформулирован один корректный пример, но не приведены пояснения, то выставляется **2 балла**.
- 5) Если содержание ответа не даёт представления о понимании проблемы, поставленной в вопросе, то участник получает **0 баллов**.

Задача 4 (20 баллов)

«Реакция пассажиров на рост стоимости билетов»

В исследовании, проведенном Институтом экономики транспорта и транспортной политики НИУ ВШЭ в 2013 г., было выявлено, что при росте стоимости билетов на 5% спрос на пригородные железнодорожные перевозки падает на 2,2%. Однако, в долгосрочном периоде чувствительность пассажиров к росту тарифов значительно выше. При росте тарифов на 5% спрос падает на 11,3%.

А) Как можно объяснить разницу в реакции пассажиров на рост стоимости билетов на пригородные железнодорожные перевозки в краткосрочном и долгосрочном периоде?

Б) О каком экономическом понятии идёт речь в задаче?

Ответ:

А) В краткосрочном периоде спрос падает незначительно по нескольким причинам - отсутствие других видов транспорта, кроме электрички, в результате уходят пассажиры, у которых нерегулярные поездки (гости и пр.); - часть пассажиров переседет на другие виды транспорта при их наличии (автобус, маршрутное такси и пр.). **(5 баллов за одну из причин с объяснением)**

Большая долгосрочная эластичность объясняется тем, что со временем у потенциальных пассажиров пригородного железнодорожного транспорта появляется возможность принять необходимые решения о покупке автомобиля, подборе попутчиков для совместных поездок на одном автомобиле или перемене места жительства и работы. **(10 баллов за две корректные причины с объяснением)**

Общие фразы о большем количестве товаров-заменителей в долгосрочном периоде по сравнению с краткосрочным периодом оценивались в 3 балла.

(5 баллов) Б) Прямая эластичность спроса по цене. (Если нет указания на вид эластичности, то выставляется 3 балла).

Задача 5 (20 баллов)

«Заказ для гномов»

Гномы Ори, Дори и Нори – известные умельцы, в мастерской по изготовлению ёлочных украшений выдувают стеклянные звёздочки и шары. За один час Ори (самый неторопливый) может полностью сделать, раскрасить и красиво упаковать 1 шар или 1 звёздочку. Дори не любит возиться со звёздочками и никогда их не делает, но за то же время успевает подготовить 3 шара. Нори ловок в любом деле – за час у него получаются 2 шара или 2 звёздочки.

Гномы получили заказ на изготовление 120 наборов украшений, каждый из которых состоит из 1 звёздочки и 2 шаров, и хотят выполнить его побыстрее, ведь впереди – каникулы.

Сколько времени им нужно запланировать для работы?

Решение:

Составим таблицу производительности труда гномов.

Гном	До курсов	
	Шары	Звёздочки
Ори	1 шт./час	1 шт./час
Дори	3 шт./час	0 шт./час
Нори	2 шт./час	2 шт./час

А) Первый способ. «Аналитический»

Пусть T — общее время, затраченное гномами на работу, l_O — время, затраченное Ори на изготовление шаров, а l_H — время, затраченное Нори на изготовление шаров. Поскольку шары делают только эти два гнома, верно неравенство

$$l_O + 2l_H \geq 240,$$

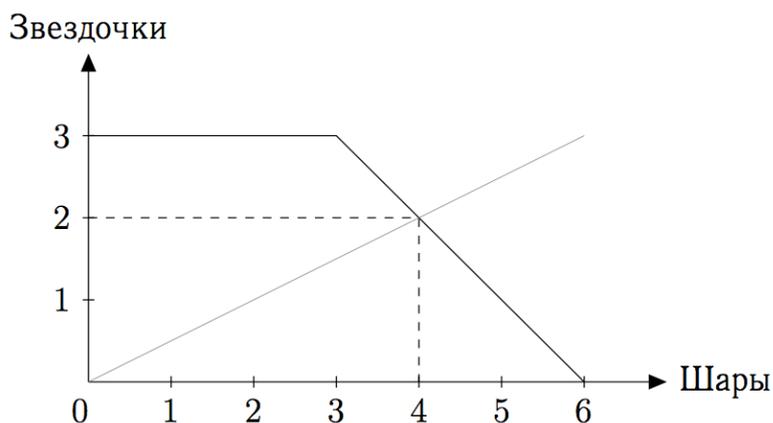
так как, по условиям контракта, должно быть изготовлено 240 шаров, но распределение времени в оптимуме может оказаться таким, что выпустить можно и больше шаров, чем нужно. Аналогично, звёздочек должно быть 120, так что

$$(T - l_O) + 3T + 2(T - l_H) \geq 120.$$

Приводя подобные слагаемые и учитывая оба неравенства, получаем $T \geq 60$, откуда и получаем наименьшее затраченное время 60 часов.

Второй способ. «Графический»

Построим КПВ гномов в расчёте на один час:



Чтобы шары и звёздочки были в правильной пропорции, нужно выбрать точку (4;2) на этой КПВ, то есть за час будет изготовлено 2 комплекта. Получаем, что 120 комплектов будет изготовлено за 60 часов.

Третий способ. «Оценка плюс пример»

Даже если каждый гном будет производить только то, что умеет делать лучше, гномам не удастся произвести более 6 украшений (любых типов) за час. В каждом комплекте 3 украшения, значит, произвести за час больше двух комплектов точно не удастся. Это означает, что 120 комплектов точно не будут сделаны быстрее, чем за 60 часов. Покажем, как сделать их ровно за 60 часов: Дори произведёт 180 шаров, Ори произведёт 60 звёздочек, а Нори произведёт 60 шаров и 60 звёздочек.

Критерии:

- **20 баллов**, если показано, как сделать комплекты за 60 часов и **объяснено, почему это распределение является оптимальным.**
- Если дан только верный ответ без обоснования, то **2 балла.**
- Если дан верный ответ и показано, как его достичь (но не показано, что это распределение является оптимальным) — **10 баллов.**