

**1. Задача 1\***

Миша взял девять чисел  $1, 2, \dots, 9$ , каким-то способом разбил их на три группы и в каждой группе посчитал произведение чисел. Затем из трех полученных произведений он выбрал самое большое. Какое наименьшее число при этом могло получиться?

**2. Задача 2\***

Последовательность  $x_n$  задана

условиями:  $x_1=5$ ,  $x_2=6$ ,  $x_n=1+x_{n-1}x_{n-2}$  при  $n \geq 3$ .

Найдите  $x_{2019}$ .

**3. Задача 3**

Для каждого числа  $n$ , имеющего ровно 16 натуральных делителей (включая единицу и само  $n$ ), Гриша выписал его делители в порядке возрастания  $1=d_1 < d_2 < \dots < d_{16}=n$ . Грише нравятся только числа, у которых  $d_6=18$  и  $d_9-d_8=17$ . Найдите сумму нравящихся Грише чисел (если вы считаете, что таких чисел нет -- запишите 0, если считаете, что таких чисел бесконечно много — напишите "бесконечность").

**4. Задача 4**

На белой доске  $5 \times 5 \times 5$  одну из клеток закрасили. За один ход разрешается узнать, есть ли закрашенная клетка в выбранном игроком квадрате  $2 \times 2 \times 2$ . За какое наименьшее число ходов можно гарантированно найти закрашенную клетку?

**5. Задача 5**

Какое наименьшее значение может принимать сумма целых чисел  $x$  и  $y$ , удовлетворяющих равенству  $2xy+3x-5y+2019=0$ ?

**6. Задача 6**

На стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $C_1, C_2$  (ближе к  $B$ ), на стороне  $BC$  — точки  $A_1, A_2$  (ближе к  $C$ ), на стороне  $CA$  —

точки  $B_1, B_2, B_1, B_2$  ( $B_2, B_2$  ближе к  $AA$ ). Оказалось, что прямая  $C_2A_1C_2A_1$  параллельна  $CA$ ,  $A_2B_1A_2B_1$  параллельна  $AB$ ,  $B_2C_1B_2C_1$  параллельна  $BC$  и все эти шесть прямых касаются вписанной окружности треугольника  $ABC$ . Радиусы вписанных окружностей треугольников  $AB_2C_1, BC_2A_1$  и  $CA_2B_1$  равны  $2-\sqrt{2}$ ,  $8-\sqrt{8}$  и  $18-\sqrt{18}$  соответственно. Найдите отношение  $AB:C_2B_1A_2B_1:C_2B_1$ .

## 7. Задача 7\*

Дана последовательность  $\{a_n\}$ :  $a_1=1, a_{2n}=a_n, a_{2n+1}=a_n+1$ . Для скольких натуральных  $n$ , не превосходящих 2019, выполняется равенство  $a_n=9$ ?

## 8. Задача 8

Внутри правильного треугольника  $ABC$  взята точка  $X$ . Длины отрезков  $AX, BX$  и  $CX$  равны 22,  $33-\sqrt{33}$  и  $31-\sqrt{31}$  соответственно. Найдите длину  $AB$ .

## 9. Задача 9\*

Бендер пришел в казино играть в рулетку. Будет проведено 10 розыгрышей, в каждом из которых Бендер может поставить любую часть своих денег на красное, часть – на черное (других секторов у рулетки нет, часть денег он может не ставить). Если выпадет нужный цвет – ставка вернется удвоенной, если ненужный – не вернется ничего. Однако, Бендер знает, что рулетка сломана, и не может выдавать один и тот же цвет три раза подряд. В какое наибольшее число раз Бендер может гарантированно увеличить свой капитал? ("гарантированно" означает, что капитал увеличится хотя бы во столько раз при любой последовательности результатов, удовлетворяющей условию задачи) Если ответ не целый – округлите его до двух знаков после запятой.

## 10. Задача 10

Двенадцать человек расселись за круглым столом через равные промежутки. Сколькими способами их можно разбить на пары так, чтобы никто не оказался в паре с человеком, сидящим точно напротив него? (способы, отличающиеся поворотом, конечно же считаются разными, ведь каждый человек уникален! Порядок людей в парах и порядок пар в разбиении несущественен.)