

1. Задача 1*

Найдите наибольший угол выпуклого четырёхугольника (в градусах), если известно, что величины внешних углов четырёхугольника относятся как 3:4:5:8.

Ответ: 126

2. Задача 2

Пусть x_1, x_2 – корни приведённого квадратного трёхчлена с дискриминантом 1; y_1, y_2 – корни приведённого квадратного трёхчлена с дискриминантом 9; z_1, z_2 – корни приведённого квадратного трёхчлена с дискриминантом D . При каком наибольшем D могло выполняться равенство $x_1 + y_1 + z_1 = x_2 + y_2 + z_2$?

Ответ: 16

3. Задача 3*

На белой доске $5 \times 5 \times 5$ одну из клеток покрасили. За один ход разрешается узнать количество покрашенных клеток в любом квадрате $2 \times 2 \times 2$. За какое наименьшее число ходов можно гарантированно найти покрашенную клетку?

Ответ: 8

4. Задача 4*

На стороне AB треугольника ABC отмечены точки C_1, C_2 (C_2 ближе к B), на стороне BC – точки A_1, A_2 (A_2 ближе к C), на стороне CA – точки B_1, B_2 (B_2 ближе к A). Оказалось, что $C_2A_1C_2A_1$ параллельна CA , $A_2B_1A_2B_1$ параллельна AB , $B_2C_1B_2C_1$ параллельна BC , при этом все эти шесть прямых касаются окружности, вписанной в треугольник ABC . Радиусы окружностей, вписанных в треугольники $AB_2C_1, BC_2A_1, CA_2B_1$, равны $2-\sqrt{2}$, $8-\sqrt{8}$ и $1-\sqrt{8}$ соответственно. Найдите отношение $AB:C_2B_2A_1:C_2B_1$.

Ответ: 3

5. Задача 5

Найдите наименьшее натуральное число, факториал которого делится на $3^{2019} \cdot 2^{2019}$.

Ответ: 4050

6. Задача 6*

Найдите площадь четырёхугольника ABCDABCD, если даны координаты всех его вершин A(1;2),B(5;10),C(12;16),D(20;8)A(1;2),B(5;10),C(12;16),D(20;8).

Ответ: 116

7. Задача 7*

Какое наименьшее значение может принимать сумма целых чисел x и y , удовлетворяющих равенству $2xy+3x-5y+2019=0$ $2xy+3x-5y+2019=0$?

Ответ: -2025

8. Задача 8*

Отрезки CM, CL, CM, CL – соответственно медиана и биссектриса треугольника ABC , точка S на стороне AB такова, что $\angle MCL = \angle LCS$ (точка L лежит между M и S). Найдите LS , если $AB=14, BL=6$. Если ответ является дробным числом, то его необходимо записать в виде десятичной дроби с запятой, например, «0,15»

Ответ: 0,96

9. Задача 9*

Попарно различные натуральные числа a, b, c, d таковы, что графики функций $y=x^2-ax+b$ и $y=x^2-cx+d$ пересекаются в точке с координатами $(3;1)$. Какое наименьшее значение может принимать наибольшее из чисел b и d ?

Ответ: 7

10. Задача 10*

Дана

последовательность $\{a_n\}: a_1=1, a_{2n}=a_n, a_{2n+1}=a_{2n}+1$.

Для скольких натуральных n , не превосходящих 2019, выполняется равенство $a_n=9$?

Ответ: 45