

1. Задача 1

Сколько существует двузначных чисел, которые при перестановке цифр увеличиваются не менее, чем в два раза?

2. Задача 2

Найдите корень

уравнения $169(157 - 77x)^2 + 100(201 - 100x)^2 = 26(77x - 157)(1000x - 2010)$.

3. Задача 3

В санатории отдыхают бабушки и дедушки, причём дедушек в 2 раза больше. Средний возраст бабушек на 5 лет больше, а средний возраст всех пенсионеров больше 77 лет, но меньше 78. Найдите средний возраст бабушек, если известно, что он равен целому числу лет.

4. Задача 4

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ $AB = AC = AD = 1$ см, угол $BAD = 100$ градусов. Найдите угол BCD .

5. Задача 5

Приведенный квадратный трёхчлен $f(x) = x^2 + px + q$ имеет два корня, один из которых совпадает со значением этого трёхчлена в точке 0, а другой – со значением в точке 1. Найдите значение этого трёхчлена в точке 6.

6. Задача 6

В треугольнике ABC на сторонах AB и BC соответственно выбраны точки M и N так, что $AM = 2MB$ и $BN = NC$. Отрезки AN и CM пересекаются в точке P . Найдите площадь четырёхугольника $MBNP$, если известно, что площадь треугольника ABC составляет 30.

7. Задача 7

У Димы есть необычный игральный кубик. На его гранях тоже написаны числа от 1 до 6, но некоторым грани с чётным числом точек выпадают с вдвое большей вероятностью, чем грани с нечётным числом точек (грани с числом одной чётности выпадают с одинаковой вероятностью). Дима нашёл вероятность того, что выпадет число очков, не превосходящее трёх, записал его в виде несократимой дроби m/n и нашёл сумму $m+n$. Какое число получилось у Димы?

8. Задача 8

Делитель натурального числа называется собственным, если он отличен от 1 и самого числа. Число называется интересным, если у него найдутся два собственных делителя, один из которых простой, а другой точный квадрат, сумма которых тоже точный квадрат (под точным квадратом понимается квадрат целого числа). Сколько существует интересных чисел, не превосходящих 1000?

9. Задача 9

В бесконечной последовательности натуральных чисел произведение любых пятнадцати последовательных членов равно миллиону, а сумма любых десяти последовательных членов равна S . Найдите наибольшее возможное значение величины S .

10. Задача 10

Множество A , состоящее из некоторых натуральных чисел от 1 до 49, называется плотным, если оно содержит более 40 чисел и не содержит никакие шесть последовательных чисел. Сколько плотных множеств существует?