1. Задача 1

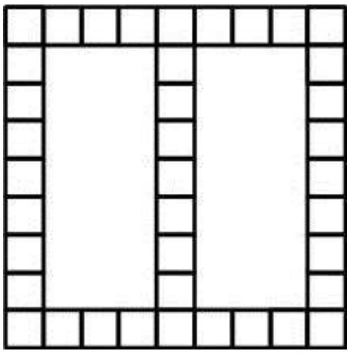
Вычислите значение $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$.

2. Задача 2

Углы A, B, C треугольника ABC равны 44°, 66° и 70° соответственно. Биссектриса угла ABC и серединный перпендикуляр к стороне AC пересекаются в точке D. Сколько градусов составляет угол ADC? (Ответ запишите без значка градусов.)

3. Задача 3

Есть клетчатая плоскость. В узлах сетки, то есть, в точках с целыми координатами стоит конечное число фонарей. Фонарь, стоящий в точке (m, n), освещает прямой угол, состоящий из точек (x, y), для которых $x \geq m$ и $y \geq n$. Сколько фонарей стоит на плоскости, если следующие клетки и только они освещаются нечётным числом фонарей:



4. Задача 4

Часовая и минутная стрелки часов движутся непрерывно и с постоянными скоростями. Момент времени X называется интересным, если найдется такой момент Y (моменты X и Y не обязательно различны), что часовая стрелка в момент Y будет там же, где минутная в момент X, а минутная в момент Y --- там же, где часовая в момент X. Сколько интересных моментов будет от 00:01 до 12:01?

5. Задача 5

Рассматриваются всевозможные квадратные трехчлены x^2+px+q с положительным дискриминантом, у которых коэффициенты p и q --- целые числа, делящиеся на 5. Найти наибольшее натуральное n, такое, что у любого трехчлена с описанными свойствами сумма сотых степеней корней --- целое число, делящееся на 5^n.

6. Задача

Найдите последнюю цифру десятичной записи числа $\frac{8^{49}-5^{49}}{8-5}$.

7. Задача 7

В прямоугольнике 3×4 выбраны 4 точки. Найдите наименьшее число C, такое, что для любого выбора этих 4 точек расстояние между какими-то двумя из этих точек не превышает C.

8. Задача 8

Дана трапеция $ABCD$. Прямая, параллельная основаниям, пересекает боковые стороны AB и CD в точках M и N соответственно. На основании BC взята точка E. Отрезки AE и ED пересекают MN в точках S и T. Площади треугольников AMS, SET, TND равны, соответственно, 12, 8 и 15. Какова минимально возможная площадь трапеции при данных условиях?

9. Задача 9

Вася бросает три игральных кости (кубика с числами от 1 до 6 на гранях), и складывает выпавшие числа. Кроме того, если все три выпавших числа различны --- можно бросить все три кубика еще раз, и прибавить выпавшие числа к уже набранной сумме, и так пока среди трех выпавших не будут хотя бы два совпадающих. Чему равно среднее значение результатов у Васи?

10. Задача 10

На рисунке изображена схема из 8 городов и 12 дорог. Сколько есть способов закрыть на ремонт 5 дорог одновременно, чтобы все еще можно было проехать из любого города в любой?