

1. Задача 1

Приведенный квадратный трёхчлен $f(x) = x^2 + px + q$ имеет два корня, один из которых совпадает со значением этого трёхчлена в точке 0, а другой – со значением в точке 1. Найдите значение этого трёхчлена в точке 6.

2. Задача 2

Вычислите значение $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{4}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99+\sqrt{100}}}$.

3. Задача 3

Рассматриваются всевозможные квадратные трёхчлены $x^2 + px + q$ с положительным дискриминантом, у которых коэффициенты p и q – целые числа, делящиеся на 5. Найти наибольшее натуральное n , такое, что у любого трёхчлена с описанными свойствами сумма сотых степеней корней – целое число, делящееся на 5^n .

4. Задача 4

В треугольнике ABC на сторонах AB и BC , соответственно, выбраны точки M и N так, что $AM = 2MB$ и $BN = NC$. Отрезки AN и CM пересекаются в точке P . Найдите площадь четырёхугольника $MBNP$, если известно, что площадь треугольника ABC составляет 30.

5. Задача 5

В прямоугольнике 3×4 выбраны 4 точки. Найдите наименьшее число C , такое, что расстояние между какими-то двумя из этих точек не превосходит C .

6. Задача 6

Часовая и минутная стрелки часов движутся непрерывно и с постоянными скоростями. Момент времени X называется интересным, если найдется такой момент Y (моменты X и Y не обязательно различны), что часовая стрелка в момент Y будет там же, где минутная в момент X , а минутная в момент Y - там же, где часовая в момент X . Сколько интересных моментов будет от 00:01 до 12:01?

7. Задача 7

Делитель натурального числа называется собственным, если он отличен от 1 и самого числа. Число называется интересным, если у него найдутся два собственных делителя, один из которых простой, а другой точный квадрат, сумма которых тоже точный квадрат (под точным квадратом понимается квадрат целого числа). Сколько существует интересных чисел, не превосходящих 1000?

8. Задача 8

В бесконечной последовательности натуральных чисел произведение любых пятнадцати последовательных членов равно миллиону, а сумма любых десяти последовательных членов равна S . Найдите наибольшее возможное значение величины S .

9. Задача 9

У Димы есть необычный игральный кубик. На его гранях тоже написаны числа от 1 до 6, но грани с чётным числом точек выпадают с вдвое большей вероятностью, чем грани с нечётным числом точек (грани с числом одной чётности выпадают с одинаковой вероятностью). Дима нашёл вероятность того, что выпадет число очков, не превосходящее трёх, записал его в виде несократимой дроби m/n и нашёл сумму $m+n$. Какое число получилось у Димы?

10. Задача 10

На рисунке изображена схема из 8 городов и 12 дорог. Сколько есть способов закрыть на ремонт 5 дорог одновременно, чтобы все еще можно было проехать из любого города в любой?

