

### 1. Задача 1

Вычислите значение  $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$ .

Ответ: 9

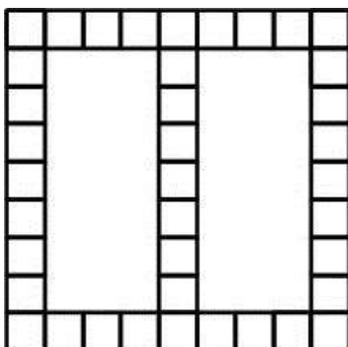
### 2. Задача 2

Углы  $A, B, C$  треугольника  $ABC$  равны  $44^\circ, 66^\circ$  и  $70^\circ$  соответственно. Биссектриса угла  $ABC$  и серединный перпендикуляр к стороне  $AC$  пересекаются в точке  $D$ . Сколько градусов составляет угол  $ADC$ ? (Ответ запишите без значка градусов.)

Ответ: 114

### 3. Задача 3

Есть клетчатая плоскость. В узлах сетки, то есть, в точках с целыми координатами стоит конечное число фонарей. Фонарь, стоящий в точке  $(m, n)$ , освещает прямой угол, состоящий из точек  $(x, y)$ , для которых  $x \geq m$  и  $y \geq n$ . Сколько фонарей стоит на плоскости, если следующие клетки и только они освещаются нечётным числом фонарей:



Ответ: 12

### 4. Задача 4

Часовая и минутная стрелки часов движутся непрерывно и с постоянными скоростями. Момент времени  $X$  называется интересным, если найдется такой момент  $Y$  (моменты  $X$  и  $Y$  не обязательно различны), что часовая стрелка в момент  $Y$  будет там же, где минутная в момент  $X$ , а минутная в момент  $Y$  --- там же, где часовая в момент  $X$ . Сколько интересных моментов будет от 00:01 до 12:01?

Ответ: 143

## 5. Задача 5

Рассматриваются всевозможные квадратные трехчлены  $x^2 + px + q$  с положительным дискриминантом, у которых коэффициенты  $p$  и  $q$  --- целые числа, делящиеся на 5. Найти наибольшее натуральное  $n$ , такое, что у любого трехчлена с описанными свойствами сумма сотых степеней корней --- целое число, делящееся на  $5^n$ .

**Ответ:** 50

## 6. Задача

Найдите последнюю цифру десятичной записи числа  $\frac{8^{49} - 5^{49}}{8 - 5}$ .

**Ответ:** 1

## 7. Задача 7

В прямоугольнике  $3 \times 4$  выбраны 4 точки. Найдите наименьшее число  $C$ , такое, что для любого выбора этих 4 точек расстояние между какими-то двумя из этих точек не превышает  $C$ .

**Ответ:** 3.125

## 8. Задача 8

Дана трапеция  $ABCD$ . Прямая, параллельная основаниям, пересекает боковые стороны  $AB$  и  $CD$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. На основании  $BC$  взята точка  $E$ . Отрезки  $AE$  и  $ED$  пересекают  $MN$  в точках  $S$  и  $T$ . Площади треугольников  $AMS$ ,  $SET$ ,  $TND$  равны, соответственно, 12, 8 и 15. Какова минимально возможная площадь трапеции при данных условиях?

**Ответ:** 125

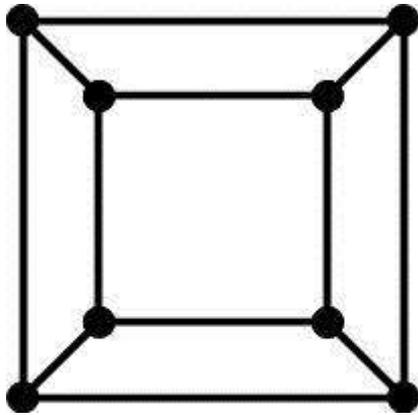
## 9. Задача 9

Вася бросает три игральных кости (кубика с числами от 1 до 6 на гранях), и складывает выпавшие числа. Кроме того, если все три выпавших числа различны --- можно бросить все три кубика еще раз, и прибавить выпавшие числа к уже набранной сумме, и так пока среди трех выпавших не будут хотя бы два совпадающих. Чему равно среднее значение результатов у Васи?

**Ответ:** 23.625

**10. Задача 10**

На рисунке изображена схема из 8 городов и 12 дорог. Сколько есть способов закрыть на ремонт 5 дорог одновременно, чтобы все еще можно было проехать из любого города в любой?



**Ответ:** 384