Математика 9 класс

1. Задача 1*

В таблице 3×3 расставлены числа, причём каждое число в 4 раза меньше числа в соседней клетке справа и в 3 раза меньше числа в соседней клетке сверху. Сумма всех чисел таблицы равна 546. Найдите число в центральной клетке. Балл за задачу: 8.

2. Задача 2*

В младшей группе детского сада есть две (маленькие) ёлки и пять детей. Воспитатели хотят разделить детей на два хоровода вокруг каждой из елок, причём в каждом хороводе должен быть хотя бы один ребёнок. При этом воспитатели различают детей, но не различают елок: два таких разбиения на хороводы считаются одинаковыми, если одно из другого можно получить, поменяв елки (вместе с соответствующими хороводами) местами и повращав каждый из хороводов вокруг своей елки. Сколькими способами можно разбить детей на хороводы? Балл за задачу: 8.

3. Задача 3*

Точки пересечения графика приведённого квадратного трёхчлена с осью абсцисс и его вершина являются вершинами прямоугольного равнобедренного треугольника. Найдите гипотенузу этого треугольника. Балл за задачу: 8.

4. Задача 4*

Петя вписал в прямоугольный треугольник со сторонами 3, 4, 5 два квадрата. У первого квадрата одна из вершин совпадает с вершиной прямого угла, а у второго одна из сторон лежит на гипотенузе. Петя нашёл стороны каждого из квадратов, представил их отношение несократимой дробью и у этой дроби нашёл сумму числителя и знаменателя. Какое число получилось у Пети? (Напомним, что четырехугольник называется вписанным в треугольник, если все его вершины находятся на сторонах или в вершинах треугольника.) Балл за задачу: 8.

Математика 9 класс

5. Задача 5*

Какое максимальное число шашек можно расставить на доске 6×6 , чтобы никакие три шашки (точнее, центры занятых ими клеток) не были на одной прямой (ни с каким углом наклона)? Балл за задачу: 8.

6. Задача 6*

Рассмотрим алфавит из 2 букв. Слово – любое конечное сочетание букв. Назовём слово непроизносимым, если в нём встречается больше двух одинаковых букв подряд. Сколько всего существует непроизносимых слов из 7 букв? Балл за задачу: 8.

7. Задача 7*

Найдите все трёхзначные числа, равные сумме всех своих цифр и удвоенного квадрата суммы своих цифр. (Запишите всевозможные числа в порядке возрастания подряд без пробелов и введите полученное склеенное из них многозначное число.) Балл за задачу: 13.

8. Задача 8*

Натуральное число N заканчивается на 5. Девятиклассник Дима нашёл все его делители и обнаружил, что сумма двух самых больших собственных делителей не делится нацело на сумму двух самых маленьких собственных делителей. Найдите наименьшее возможное значение числа N. Делитель натурального числа называется собственным, если он отличен от 1 и самого числа. Балл за задачу: 13.

9. Задача 9*

В треугольнике ABC стороны AB = 10, AC = 24, BC = 26. В треугольнике проведены медианы AM и CN, M и N -- середины сторон BC и AB -- соответственно. Точка I лежит на стороне AC, при этом BI — биссектриса. Найдите площадь треугольника MNI. Балл за задачу: 13.

Математика 9 класс

10. Задача 10*

Петя придумал четыре различных натуральных числа, записал на доске все их попарные суммы, а строчкой ниже все их суммы по три. Оказалось, что сумма двух самых больших чисел верхнего ряда и двух самых маленьких чисел нижнего ряда (итого четырех чисел) составляет 2017. Найдите наибольшее возможное значение суммы четырёх чисел, которые придумал Петя. Балл за задачу: 13.