

1. Задача 1*

Различные ненулевые числа x и y удовлетворяют равенству $x^4 - 2018x^3 - 2018y^2x = y^4 - 2018y^3 - 2018yx^2$.

Найдите сумму $x + y$. Балл за задачу: 13.

2. Задача 2*

Число 2017 имеет в двоичной записи 7 единиц и 4 нуля. А когда наступит ближайший такой год, в двоичной записи номера которого единиц будет не больше, чем нулей? (Введите год.) Балл за задачу: 8.

3. Задача 3*

В классе девочек больше 25% но меньше 30%. Какое наименьшее количество учеников может быть в таком классе? Балл за задачу: 13.

4. Задача 4*

В младшей группе детского сада есть две (маленькие) ёлки и пять детей. Воспитатели хотят разделить детей на два хоровода вокруг каждой из елок, причём в каждом хороводе должен быть хотя бы один ребёнок. При этом воспитатели различают детей, но не различают елок: два таких разбиения на хороводы считаются одинаковыми, если одно из другого можно получить, поменяв елки (вместе с соответствующими хороводами) местами и поворачивая каждый из хороводов вокруг своей елки. Сколькими способами можно разбить детей на хороводы? Балл за задачу: 8.

5. Задача 5*

Волк и Иван-царевич находятся на расстоянии 20 верст от источника с живой водой, и волк везет туда Ивана-царевича со скоростью 3 версты в час. Для оживления Ивана-царевича требуется литр воды, которая льется из источника со скоростью пол-литра в час. У источника находится Ворон неограниченной грузоподъемности, который должен набрать воду, после чего полетит навстречу волку и Ивану-царевичу, каждый час пролетая 6 верст и расплескивая четверть

литра воды. Через какое количество часов удастся оживить Ивана-царевича?
Балл за задачу: 8.

6. Задача 6*

Дана последовательность, начинающаяся с единицы, в которой каждый следующий член равен удвоенной сумме всех предыдущих. Найти наименьшее число, чтобы элемент под этим номером делился на 3^{2017} . Балл за задачу: 13.

7. Задача 7*

Петя придумал четыре различных натуральных числа, записал на доске все их попарные суммы, а строчкой ниже все их суммы по три. Оказалось, что сумма двух самых больших чисел верхнего ряда и двух самых маленьких чисел нижнего ряда (итого четырёх чисел) составляет 2017. Найдите наибольшее возможное значение суммы четырёх чисел, которые придумал Петя. Балл за задачу: 8.

8. Задача 8*

В треугольнике ABC стороны $AB = 10$, $AC = 24$, $BC = 26$. В треугольнике проведены медианы AM и CN , точки M и N — середины сторон BC и AB , соответственно. Точка I лежит на стороне AC , при этом BI - биссектриса. Найдите площадь треугольника MNI . Балл за задачу: 13.

9. Задача 9*

В классе учится 29 человек. Известно, что для любой пары учащихся найдется еще хотя бы один ученик (не из рассматриваемой пары), который дружит ровно с одним человеком из этой пары. Какое минимальное количество пар друзей может быть в классе? Балл за задачу: 8.

10. Задача 10*

Какое максимальное число шашек можно расставить на доске 6×6 , чтобы никакие три шашки (точнее, центры занятых ими клеток) не были на одной прямой (ни с каким углом наклона)? Балл за задачу: 8.