

1. Задача 1.1*

В таблице 4×4 расставлены числа, причём каждое число в 4 раза меньше числа в соседней клетке справа и в 3 раза меньше числа в соседней клетке сверху. Сумма всех чисел таблицы равна 10200. Найдите сумму чисел в центральном квадрате 2×2 . Балл за задачу: 8.

2. Задача 2.1*

Ветви графика квадратного трёхчлена направлены вверх, его вершина находится в точке $(1/4, -9/8)$, а точка этого графика с абсциссой 1 имеет целую ординату. Найдите наименьшее возможное значение старшего коэффициента и сообщите его в виде десятичной дроби с точностью до двух знаков после запятой (например, 3,14). Балл за задачу: 8.

3. Задача 3.1*

Петя вписал в прямоугольный треугольник со сторонами 3, 4, 5 два квадрата. У первого квадрата одна из вершин совпадает с вершиной прямого угла, а у второго одна из сторон лежит на гипотенузе. Петя нашёл стороны каждого из квадратов, представил их отношение несократимой дробью и у этой дроби нашёл сумму числителя и знаменателя. Какое число получилось у Пети? (Напомним, что четырехугольник называется вписанным в треугольник, если все его вершины находятся на сторонах или в вершинах треугольника.) Балл за задачу: 8.

4. Задача 4.1*

В младшей группе детского сада есть две маленькие ёлки и пять детей. Воспитатели хотят разделить детей на два хоровода вокруг каждой из елок, причём в каждом хороводе должен быть хотя бы один ребёнок. При этом воспитатели различают детей, но не различают елок: два таких разбиения на хороводы считаются одинаковыми, если одно из другого можно получить, поменяв елки (вместе с соответствующими хороводами) местами и поворачивая каждый из хороводов вокруг своей елки. Сколькими способами можно разбить детей на хороводы? Балл за задачу: 8.

5. Задача 5.1*

Рассмотрим алфавит из 2 букв. Слово – любое конечное сочетание букв. Назовём слово непроизносимым, если в нём встречается больше двух одинаковых букв подряд. Сколько всего существует непроизносимых слов из 7 букв? Балл за задачу: 8.

6. Задача 6.1*

Натуральное число N заканчивается на 5. Десятиклассник Дима нашёл все его делители и обнаружил, что сумма двух самых больших собственных делителей не делится нацело на сумму двух самых маленьких собственных делителей. Найдите наименьшее возможное значение числа N . Делитель натурального числа называется собственным, если он отличен от 1 и самого числа. Балл за задачу: 8.

7. Задача 7.1*

Миша загадал пятизначное число, все цифры которого различны, а Игорь пытается его угадать. За один ход Игорь может выбрать несколько разрядов числа, а Миша в произвольном порядке сообщает цифры, стоящие в этих разрядах. Порядок, в котором сообщать цифры, выбирает Миша. Например, если задумано число 67890, а Игорь спросил про цифры в разрядах 1 и 5, то Миша может ответить как «6 и 0», так и «0 и 6». За какое наименьшее число ходов Игорь сможет гарантированно узнать число? Балл за задачу: 13.

8. Задача 8.1*

В треугольнике ABC стороны $AB = 10$, $AC = 24$, $BC = 26$. В треугольнике проведены медианы AM и CN , M и N -- середины сторон BC и AB -- соответственно. Точка I лежит на стороне AC , при этом BI — биссектриса. Найдите площадь треугольника MNI . Балл за задачу: 13.

9. Задача 9.1*

Петя придумал четыре различных натуральных числа, записал на доске все их попарные суммы, а строчкой ниже все их суммы по три. Оказалось, что сумма двух самых больших чисел верхнего ряда и двух самых маленьких чисел

нижнего ряда (итого четырех чисел) составляет 2017. Найдите наибольшее возможное значение суммы четырёх чисел, которые придумал Петя. Балл за задачу: 13.

10. Задача 10.1*

Какое максимальное количество шашек можно расставить на шахматной доске, чтобы они являлись вершинами выпуклого многоугольника? Балл за задачу: 13.