

1. Задача 1*

В таблице 3×3 расставлены числа, причём каждое число в 4 раза меньше числа в соседней клетке справа и в 3 раза меньше числа в соседней клетке сверху. Сумма всех чисел таблицы равна 546. Найдите число в центральной клетке. Балл за задачу: 8.

Ответ: 24

2. Задача 2*

В младшей группе детского сада есть две (маленькие) ёлки и пять детей. Воспитатели хотят разделить детей на два хоровода вокруг каждой из елок, причём в каждом хороводе должен быть хотя бы один ребёнок. При этом воспитатели различают детей, но не различают елок: два таких разбиения на хороводы считаются одинаковыми, если одно из другого можно получить, поменяв елки (вместе с соответствующими хороводами) местами и повращав каждый из хороводов вокруг своей елки. Сколькими способами можно разбить детей на хороводы? Балл за задачу: 8.

Ответ: 50

3. Задача 3*

Точки пересечения графика приведённого квадратного трёхчлена с осью абсцисс и его вершина являются вершинами прямоугольного равнобедренного треугольника. Найдите гипотенузу этого треугольника. Балл за задачу: 8.

Ответ: 2

4. Задача 4*

Петя вписал в прямоугольный треугольник со сторонами 3, 4, 5 два квадрата. У первого квадрата одна из вершин совпадает с вершиной прямого угла, а у второго одна из сторон лежит на гипотенузе. Петя нашёл стороны каждого из квадратов, представил их отношение несократимой дробью и у этой дроби нашёл сумму числителя и знаменателя. Какое число получилось у Пети? (Напомним, что четырехугольник называется вписанным в треугольник, если все его вершины находятся на сторонах или в вершинах треугольника.) Балл за задачу: 8.

Ответ: 72

5. Задача 5*

Какое максимальное число шашек можно расставить на доске 6×6 , чтобы никакие три шашки (точнее, центры занятых ими клеток) не были на одной прямой (ни с каким углом наклона)? Балл за задачу: 8.

Ответ: 12

6. Задача 6*

Рассмотрим алфавит из 2 букв. Слово – любое конечное сочетание букв. Назовём слово непроизносимым, если в нём встречается больше двух одинаковых букв подряд. Сколько всего существует непроизносимых слов из 7 букв? Балл за задачу: 8.

Ответ: 86

7. Задача 7*

Найдите все трёхзначные числа, равные сумме всех своих цифр и удвоенного квадрата суммы своих цифр. (Запишите всевозможные числа в порядке возрастания подряд без пробелов и введите полученное склеенное из них многозначное число.) Балл за задачу: 13.

Ответ: 171465666

8. Задача 8*

Натуральное число N заканчивается на 5. Девятиклассник Дима нашёл все его делители и обнаружил, что сумма двух самых больших собственных делителей не делится нацело на сумму двух самых маленьких собственных делителей. Найдите наименьшее возможное значение числа N . Делитель натурального числа называется собственным, если он отличен от 1 и самого числа. Балл за задачу: 13.

Ответ: 725

9. Задача 9*

В треугольнике ABC стороны $AB = 10$, $AC = 24$, $BC = 26$. В треугольнике проведены медианы AM и CN , M и N -- середины сторон BC и AB -- соответственно. Точка I лежит на стороне AC , при этом BI — биссектриса. Найдите площадь треугольника MNI . Балл за задачу: 13.

Ответ: 30

10. Задача 10*

Петя придумал четыре различных натуральных числа, записал на доске все их попарные суммы, а строчкой ниже все их суммы по три. Оказалось, что сумма двух самых больших чисел верхнего ряда и двух самых маленьких чисел нижнего ряда (итого четырех чисел) составляет 2017. Найдите наибольшее возможное значение суммы четырёх чисел, которые придумал Петя. Балл за задачу: 13.

Ответ: 806