8 класс

1. Задача 1

Петя и Вася принесли одинаковое количество N наборов плюшек к чаю. Каждый набор содержал либо 3, либо 5 плюшек. Когда каждый распаковал свои плюшки и выложил на тарелку, оказалось, что Петя принёс всего 25 плюшек, а Вася — 35. Найдите число N наборов, принесённых каждым из мальчиков.

2. Задача 2

В пельменной можно заказать пельмени порциями по 6, 9 и 20 штук. Таким образом, не всякое число пельменей можно заказать этими наборами, например 1, 2, 3, 4, 5, 7 и 8 нельзя купить. Какое самое большое число пельменей нельзя заказать в пельменной?

3. Задача 3

Найти наибольшее такое z , что существуют x и y, такие что $4x^2+4y^2+z^2+xy+yz+xz=8.$ Если ответ является дробным числом, то его необходимо записать с помощью десятичной дроби через точку, например, «0.15».

4. Задача 4

Сколькими способами можно раскрасить грани кубика в 6 цветов таким образом, чтобы каждый цвет встречался ровно один раз? Два раскрашенных кубика считаются одинаковыми, если их можно совместить поворотами, то есть если их можно перепутать, повертев в руках.

5. Задача 5

Сколько неупорядоченных пар взаимно простых чисел среди 2,3,...,30? Напомним, что два целых числа называются взаимно простыми, если они не имеют общих натуральных делителей, отличных от единицы.

6. Задача 6

Рассмотрим угловой сектор на плоскости с вершиной в начале координат и углом 30 градусов. Положим на одну из сторон угла (луч) шарик (материальную точку, нулевого диаметра) и выпустим его с равномерной скоростью внутрь сектора под углом 110 градусов к рассматриваемому лучу. Шарик будет лететь по сектору, отражаясь упруго от его сторон с сохранением модуля скорости: угол падения равен углу отражения. Сколько раз он ударится о стенки сектора прежде, чем улететь окончательно на бесконечность?

7. Задача 7

Найти наименьшее натуральное число, начинающееся в десятичной записи с пятёрки, которое уменьшается в четыре раза, если эту пятёрку стереть из начала его десятичной записи и дописать в её конец.

8. Задача 8

В равнобедренном треугольнике ABC, $AB = AC$, на сторонах AB и BC взяты точки P и Q, соответственно, так что P – середина стороны AB, а углы PQB и AQC равны. Пусть M – основание высоты треугольника BPQ, проведенной из вершины P. Найдите отношение длин отрезков CQ к QM. Если ответ является дробным числом, то его необходимо записать с помощью десятичной дроби через точку, например, «0.15».

9. Задача 9

На параде барабанщики стоят ровным квадратным строем в 50 рядов по 50 барабанщиков. Барабанщики одеты либо в синие, либо в красные костюмы. Какое наибольшее количество барабанщиков можно одеть в синие костюмы так, чтобы каждый одетый в синее барабанщик видел только красных барабанщиков? Барабанщиков считать смотрящими во все стороны (на все 360 градусов) и точечными.

10. Задача 10

Рассмотрим волейбольную сетку со сторонами 10 и 20, разбитую на 10×20 квадратных ячеек, где каждая ячейка разбита на четыре треугольных ячейки диагоналями: вершины ячейки соединены верёвочками с центром ячейки. Узлами сетки являются вершины и центры ячеек, см. рисунок. Какое наибольшее число верёвочек, соединяющих соседние узлы сетки, можно разрезать так, чтобы сетка не распалась на отдельные куски?