



**Межрегиональная олимпиада школьников  
«Высшая проба»**

**2015-2016 учебный год**

**МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ ОТБОРОЧНОГО И  
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПОВ ОЛИМПИАДЫ,  
ОТВЕТЫ НА ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА**

**ПЕРВЫЙ (ОТБОРОЧНЫЙ) ЭТАП**  
**МАТЕМАТИКА**

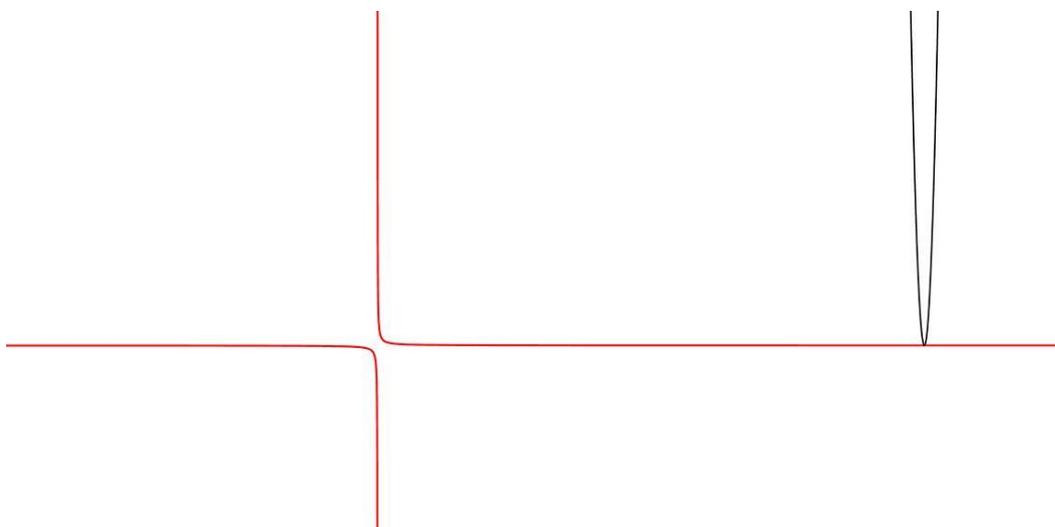
# 10 класс

## 1. Задача 1

В городе  $N$  каждый седьмой математик — философ, а каждый девятый философ — математик. Сколько математиков в городе не являются философами, если 360 философов не являются математиками?

## 2. Задача 2

На рисунке изображены в некотором масштабе графики функций  $y = \frac{1}{x}$  (красным цветом) и  $y = 10 \cdot (x - 100)^2$  (чёрным цветом). Оси координат не показаны. На сколько частей эти графики делят плоскость?



## 3. Задача 3

В некоторый момент времени угол между часовой и минутной стрелками равен  $n$  градусов, причём известно, что  $n < 90$ . Ровно через 20 минут угол между часовой и минутной стрелками снова равен  $n$  градусов. Найдите  $n$ .

## 4. Задача 4

Все точки с целыми координатами на числовой прямой отметили либо красным, либо синим цветом, причём так, что любые два числа с разностью 7 закрашены одним цветом. Известно, что числа 74, 40 и 733 отмечены синим цветом, а числа 29, 142 и 84 — красным. Сколько существует различных раскрасок, удовлетворяющих всем перечисленным условиям?

## 5. Задача 5

Дан выпуклый четырехугольник  $ABCD$ . Известно, что  $DC = 56$ ,  $AD = 100$ ,  $\angle BAC = \angle ADB$ , а  $\angle BAD = \angle ADC = 60^\circ$ . Найти  $AB$ . (Если ответ не целый, в поле ответов следует записывать его в виде десятичной дроби, отделяя целую часть от дробной части точкой.)

## 6. Задача 6

Вовочка выписал на доску в столбик 11 квадратных уравнений вида  $x^2 + mx - 4 = 0$ , где  $m$  пробегает все целые значения от 5 до  $-5$ . Во второй столбик он для каждого уравнения выписал наибольший из двух его корней. Чему равно произведение одиннадцати чисел во втором столбике? (Если ответ не целый, в поле ответов следует записывать его в виде десятичной дроби, отделяя целую часть от дробной части точкой.)

## 7. Задача 7

Петя решает задачу: Из множества натуральных чисел от 1 до ... включительно выбрано наугад одно число. Найти вероятность того, что это число будет делиться на 17.

Петя решил задачу правильно и получил ответ 0.056. Какое наибольшее натуральное число могло стоять в условии задачи вместо многоточия?

## 8. Задача 8

Функция  $f(x)$  определена при всех действительных  $x$ . При каждом  $x$  значение  $f(x)$  равно наименьшему из чисел  $5 + x - x^2$ ,  $2 - x$ . Найти наибольшее значение функции  $f(x)$ . (Если ответ не целый, в поле ответов следует записывать его в виде десятичной дроби, отделяя целую часть от дробной части точкой.)

## 9. Задача 9

На острове живут только рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Несколько (менее 100) островитян встретились и каждый из них сказал про каждого из остальных рыцарь тот или лжец. Фраза "Ты — Лжец!" прозвучала ровно 286 раз. Сколько раз прозвучала фраза "Ты — рыцарь!"?

## 10. Задача 10

Деревянный брусок, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , распилили тремя распилами, параллельными граням, на 8 маленьких брусков. Чему равна площадь поверхности бруска с вершиной  $C_1$ , если площадь поверхности бруска с вершиной  $A$  составляет 78, с

вершиной  $B$  — 42,  $C$  — 72,  $D$  — 126,  $A_1$  — 110,  $B_1$  — 62,  $D_1$  — 170? (Если ответ не целый, в поле ответов следует записывать его в виде десятичной дроби, отделяя целую часть от дробной части точкой.)

