

**ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО
ЭТАПА
МАТЕМАТИКА**

Время выполнения задания: 240 минут.

Информация для участников: максимальная оценка за каждую задачу — 20 баллов, независимо от сложности задачи. Максимальная оценка за всю работу — 100 баллов. Если сумма баллов, набранных участником по всем задачам, превосходит 100, его итоговая оценка равна 100.

1. Родник даёт бочку воды за 24 минуты. Сколько бочек воды даёт родник за сутки?
2. Натуральные числа x и y таковы, что верно равенство

$$x^2 - 3x = 25y^2 - 15y.$$

Во сколько раз число x больше числа y ?

3. Одна сторона прямоугольника в 5 раз длиннее другой. Покажите, как разрезать этот прямоугольник на 5 частей и сложить из них квадрат. Части можно переворачивать и поворачивать, но нельзя накладывать друг на друга, и внутри квадрата не должно быть непокрытых участков.
4. Петя, Саша и Миша играют в теннис на вылет. Игра на вылет означает, что в каждой партии играют двое, а третий ждёт. Проигравший партию уступает место третьему и в следующей партии сам становится ждущим. Петя сыграл всего 12 партий, Саша — 7 партий, Миша — 11 партий. Сколько раз Петя выиграл у Саши?
5. Незнайка придумал себе развлечение. Он пишет на доске выражение

$$((((0\dots)\dots)\dots)\dots),$$

причём количество скобок он выбирает по своему желанию. Затем вместо каждого многоточия он вписывает знак плюс или умножить и натуральное число от 1 до 9, причём каждое число — не более одного раза, а затем вычисляет значение получившегося выражения. Например он может написать такое выражение:

$$(((0 + 2) \cdot 3) + 8) = 14,$$

или такое

$$(((((((0 \cdot 7) + 3) + 4) + 1) \cdot 2) \cdot 5) \cdot 6) + 9) = 105,$$

или такое

$$(((((((0 + 3) \cdot 9) \cdot 8) + 7) \cdot 6) \cdot 4) + 5) = 5357.$$

Но он не может написать

$$((((0 + 7) \cdot 3) + 4) \cdot 7) + 5),$$

потому что число 7 здесь использовано два раза.

Незнайка хочет написать выражение, в результате вычисления которого получилось бы 2015. Помогите ему это сделать.

6. Дан треугольник ABC , в котором $AB = BC$ и $\angle ABC = 90^\circ$. В нём проведена высота BH . На стороне CA выбрана точка P так, что $AP = AB$, на стороне CB выбрана точка Q так, что $BQ = BH$. Доказать, что прямые PQ и AB параллельны.