



**Межрегиональная олимпиада школьников  
«Высшая проба»**

**2014-2015 учебный год**

**МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ ОТБОРОЧНОГО И  
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПОВ ОЛИМПИАДЫ,  
ОТВЕТЫ НА ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА**

**ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА  
МАТЕМАТИКА**

- 1 За январь Петя похудел на 10%, в результате чего его вес уменьшился на 10 кг. За февраль он поправился (т.е. увеличил свой вес) на 10%. На сколько килограммов увеличился его вес за февраль?  
9

- 2 Зачеркните две цифры в числе 214570 так, чтобы получилось число, делящееся на 6. Запишите в ответ две зачёркнутые цифры подряд в том порядке, в котором они стоят в исходном числе, без пробелов и запятых.  
25

- 3 Решите уравнение

$$\left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{1}{x+1}\right) \left(1 + \frac{1}{x+2}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{x+2014}\right) = 6.$$

403

- 4 Компьютерные часы показывают время от 00.00.00 до 23.59.59. Сколько раз в течение суток сумма всех цифр, горящих на табло, равна 36?  
20

- 5 Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x + y^2 + z^2$ , если  $x, y, z$  — произвольные действительные числа с единственным ограничением  $x + y + z = 1$ . (Если ответ не целый, в поле ответов следует записывать его в виде десятичной дроби, отделяя целую часть от дробной части точкой.)  
0.5

- 6 Вася при сложении чисел в столбик всегда допускает одну и ту же ошибку: он забывает правило «один в уме», и вместо того, чтобы прибавить единицу к следующему разряду, он вписывает её в само число. Например при сложении чисел 4826 и 347 у него получается число 411613. Вася сложил два натуральных числа, и получил в ответе 111199112119118. Какое наименьшее число у него могло получиться, если бы он сложил правильно?  
12199231928

- 7 Дан прямоугольный треугольник  $ABC$  с гипотенузой  $AB$ . Окружность радиуса 24 касается стороны  $BC$  и продолжений двух других сторон. Окружность радиуса 18 касается стороны  $AC$  и продолжений двух других сторон. Найти длину стороны  $AB$ .  
42

- 8 Известно, что при некотором  $x$  оба числа  $x + \sqrt{2}$  и  $x^2 + \sqrt{2}$  являются рациональными. Найдите значение наибольшего из этих двух чисел. (Если ответ не целый, в поле ответов следует записывать его в виде десятичной дроби, отделяя целую часть от дробной части точкой.)  
2.25

- 9 Даны две параллельные прямые, расстояние между которыми равно 3. На одной прямой отмечены 100 различных точек  $A_1, A_2, \dots, A_{100}$  так, что расстояние между  $A_i$  и  $A_{i+1}$  равно 1. На второй прямой отмечены 100 точек  $B_1, B_2, \dots, B_{100}$  так, что каждый отрезок  $A_i B_i$  перпендикулярен обеим прямым (см. рисунок). Найти количество всех возможных равнобедренных треугольников с вершинами в отмеченных точках (на рисунке показаны два таких треугольника).

6032

10 Дана бесконечная система неравенств

$$\begin{cases} y \geq 0, \\ x \geq 0 \\ y \leq 5 - x \\ y \leq 6 - 2x \\ y \leq 7 - 3x \\ \dots \end{cases}$$

(В строках начиная с третьей стоят неравенства вида  $y \leq 4 + k - kx$ ,  $k = 1, 2, \dots$ ).

Фигура  $F$  состоит из всех точек координатной плоскости, являющихся решениями этой системы (т.е. удовлетворяющих всем неравенствам одновременно). Найти площадь фигуры  $F$ .

(Если ответ не целый, в поле ответов следует записывать его в виде десятичной дроби, отделяя целую часть от дробной части точкой.)

4.5