



**Межрегиональная олимпиада школьников
«Высшая проба»**

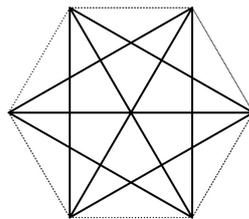
2013-2014 учебный год

**ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА по
МАТЕМАТИКЕ**

Время выполнения задания: 240 минут.

Информация для участников: ответом к каждой задаче является целое число или конечная десятичная дробь. В случае нецелого ответа отделяйте дробную часть от целой части точкой.

1. Волк и Лиса делят между собой найденный в лесу клад. Волк взял себе половину всех золотых монет, Лиса — треть оставшихся монет, затем Волк — четверть оставшихся, затем Лиса — $1/5$ оставшихся монет, Волк — $1/6$, Лиса — $1/7$, Волк — $1/8$, наконец Лиса — $1/9$ часть оставшихся монет. Оставшиеся нераспределёнными после такого дележа монеты были подарены на день рождения Зайцу. Сколько монет получил Заяц на день рождения, если известно, что он получил меньше 500 монет?
2. Одним пакетиком чая можно заварить 2 или 3 стакана чая. Мила и Таня разделили коробку чайных пакетиков поровну. Мила заварила 57 стаканов чая, а Таня — 83 стакана. Сколько пакетиков было в коробке?
3. Узлами на бумаге в клеточку назовём точки пересечения вертикальных линий с горизонтальными. Вася отметил в узлах тетради в клеточку вершины квадрата 20×20 , стороны которого проходят по линиям сетки, а после — все узлы, которые находятся внутри или на границе этого квадрата. В итоге оказались отмечены 441 узел. Далее он соединил отрезком каждую пару «соседних» узлов, то есть узлов на расстоянии 1 клетка друг от друга. При этом никакой отрезок не оказался проведённым дважды, в том числе и отрезки на границе квадрата. Какова суммарная длина проведённых Васей отрезков в сантиметрах (длина стороны клетки считается равной $1/2$ сантиметра)?
4. Вася каким-то образом расставляет скобки в выражении $4 \cdot 12 + 18 : 6 + 3$ и вычисляет значение полученного выражения. Какое наибольшее число могло у него получиться?
5. Сколько среди целых чисел от 100 до 10000 таких, в записи которых встречаются ровно три одинаковых цифры?
6. В правильном шестиугольнике проведены все диагонали (см. рисунок). Какое наименьшее число точек нужно отметить строго внутри шестиугольника так, чтобы на каждой диагонали лежала хотя бы одна отмеченная точка?



7. Точку с координатами $(299, 253)$ соединили с точкой с координатами $(0, 0)$. Сколько точек, обе координаты которых целые, лежат внутри этого отрезка (не считая концов)?

8. Сколько существует способов расставить на шахматной доске 8×8 белую ладью и чёрного короля так, чтобы ладья била короля, но король не бил ладью? Способы расстановки, получающиеся друг из друга поворотом доски, считаются *разными*. (Ладья бьёт короля, если он находится с ней на одной горизонтали или вертикали, т.е. в одной из закрашенных клеток на рис. 1. Король бьёт ладью, если ладья находится в одной из соседних с королём клеток, т.е. в одной из закрашенных клеток на рис. 2).

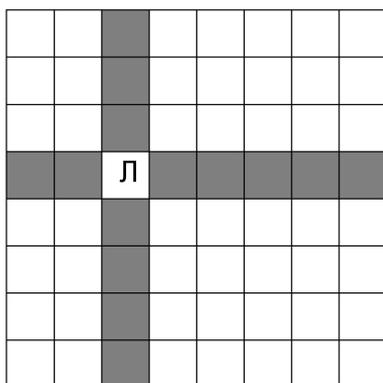


Рис. 1. Выделенные клетки под ударом ладьи.

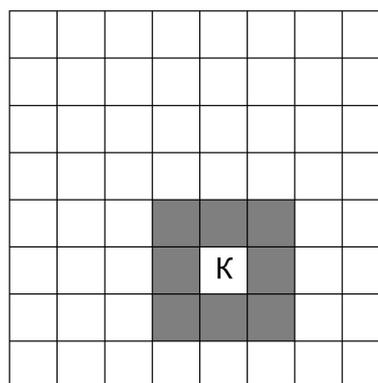


Рис. 2. Выделенные клетки под ударом короля

9. Окружность пересекает сторону AB треугольника ABC в точках K, L , сторону BC — в точках M, N , сторону CA — в точках R, S . Известно, что $KL = MN = RS = 6$, $AB = 12$, $BC = 16$, $\angle B = 90^\circ$. Найдите радиус окружности.

10. Определим числа T_1, T_2, \dots, T_{256} следующим образом: $T_1 = 2$ и $T_n = 2^{T_{n-1}}$ для любого $2 \leq n \leq 256$. Найдите остаток от деления числа $T_1 + T_2 + \dots + T_{256}$ на 255.