



**Межрегиональная олимпиада школьников
«Высшая проба»**

2013-2014 учебный год

**ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА по
МАТЕМАТИКЕ**

Время выполнения задания: 240 минут.

Информация для участников: ответом к каждой задаче является целое число или конечная десятичная дробь. В случае нецелого ответа отделяйте дробную часть от целой части точкой.

1. Сколько раз к наибольшему однозначному числу нужно прибавить наибольшее двузначное число, чтобы получить наибольшее трёхзначное число?
2. Одним пакетиком чая можно заварить 2 или 3 стакана чая. Мила и Таня разделили коробку чайных пакетиков поровну. Мила заварила 33 стакана чая, а Таня — 47 стаканов. Сколько пакетиков было в коробке?
3. В некотором месяце три воскресенья были чётными числами. Каким днём недели было 15ое число этого месяца? (Если ответ «понедельник» — то пишете 1, если «вторник» — то 2, и т. д.)
4. Волк и Лиса делят между собой найденный в лесу клад. Волк взял себе половину всех золотых монет, Лиса — треть оставшихся монет, затем Волк — четверть оставшихся, затем Лиса — $1/5$ оставшихся монет, Волк — $1/6$, Лиса — $1/7$ часть оставшихся монет. Оставшиеся нераспределёнными после такого дележа монеты были подарены на день рождения Зайцу. Сколько монет получил Заяц на день рождения, если известно, что он получил меньше 100 монет?
5. Имеется 24 одинаковых ведра: 5 полностью наполнены водой, 11 наполнены водой наполовину, 8 пусты. Три человека распределили эти вёдра между собой так, что у всех оказалось одинаковое число вёдер и одинаковый объём воды (при этом вода не переливалась между вёдрами, не выливалась из вёдер и не добавлялась ни из каких источников). Пусть у первого человека оказалось a наполовину наполненных вёдер, у второго — b , у третьего — c . Найдите наибольшее возможное значение abc .
6. Узлами на бумаге в клеточку назовём точки пересечения вертикальных линий с горизонтальными. Вася отметил в узлах тетради в клеточку вершины квадрата 10×10 , стороны которого проходят по линиям сетки, а после — все узлы, которые находятся внутри или на границе этого квадрата. В итоге оказались отмечены 121 узел. Далее он соединил отрезком каждую пару «соседних» узлов, то есть узлов на расстоянии 1 клетка друг от друга. При этом никакой отрезок не оказался проведённым дважды, в том числе и отрезки на границе квадрата. Какова суммарная длина проведённых Васей отрезков в сантиметрах (длина стороны клетки считается равной $1/2$ сантиметра)?

7. На стороне BC неравнобедренного треугольника ABC выбрали точку D . Оказалось, что каждый из треугольников ABD и ACD — равнобедренный, а один из них ещё и прямоугольный. Найдите величину наименьшего из углов треугольника ABC в градусах.
8. Вася каким-то образом расставляет скобки в выражении $4 \cdot 12 + 18 : 6 + 4$ и вычисляет значение полученного выражения. Какое наибольшее число могло у него получиться?
9. Сколько среди целых чисел от 100 до 10000 таких, в записи которых встречаются ровно три одинаковых цифры?
10. N богатырей хотят составить график боевых дежурств на N дней так, чтобы каждый день дежурили три богатыря, и никакие два богатыря не дежурили вместе дважды. При каком наименьшем N это возможно?