

Время выполнения задания: 300 минут.

1. Дан прямоугольник с длинами сторон 5 и 6. Разбейте его на семь неперекрывающихся прямоугольников с целочисленными сторонами, параллельными сторонам исходного прямоугольника, так, чтобы площади этих семи прямоугольников были попарно различны.
2. Докажите, что число  $10^{(10^{(10^{2013})})} + 10^{(10^{2013})} + 10^{2013} - 1$  не простое.
3. Можно ли разрезать круг на части таким образом, чтобы а) центр круга находился на границе каждой из частей и б) из некоторых частей, полученных в результате разрезания, можно было составить вписанный в этот круг правильный шестиугольник? Если можно, то опишите разрезание и укажите, как составить шестиугольник из полученных частей; если нет, то докажите, что нельзя.
4. Найдите все целочисленные решения  $(x, y)$  уравнения  $2x^2 - y^2 = 2^{x+y}$  и докажите, что других нет.
5. Сколько существует различных (т. е. не равных друг другу) остроугольных треугольников с целыми длинами сторон и периметром 24? Выпишите длины трех сторон всех этих треугольников и докажите, что других не бывает.
6. Верхняя полуплоскость разбита на квадратные клетки (см. рисунок). Костяшка домино занимает две соседние по стороне клетки. Можно ли заполнить некоторые из клеток неперекрывающимися костяшками домино так, чтобы в каждой строке и каждом столбце оказалось заполненным нечетное число клеток? Если можно, то опишите конфигурацию, если нет, то докажите, что нельзя.

