10 класс

10.1. Найдите наибольшее шестизначное число, у которого каждая цифра, начиная с третьей (считая слева направо), равна сумме двух предыдущих цифр.

10.2. Сколько различных делителей у числа 1000^{1000}?

10.3. На шахматной доске 8х8 посчитать количество всех квадратов, границы которых проходят по границам клеток.

10.4. По бильярдному столу в форме прямоугольного треугольника с углом 60^o и лузами в углах покатился шар. После какого минимального числа отскоков от бортов он может, не закатившись в лузу, оказаться в той же точке, что и вначале, катящимся в том же направлении, что и вначале?

10.5.

Отправляясь за покупками, некто имел в кошельке около 70 рублей рублевыми и пятирублевыми монетами. Возвратившись, некто принес столько рублевых монет, сколько было у него первоначально пятирублевых, и столько пятирублевых, сколько он имел раньше рублевых монет. Всего же уцелела у него в кошельке треть той суммы, с какой он отправился за покупками. Сколько стоили покупки?

10.6. Сколько одночленов окажется в многочлене $(1+t^4+t^8+\ldots+t^{56})(1+t^7+t^{14}+\ldots+t^{56})$ после раскрытия скобок и приведения подобных членов?

10.7. Какое наибольшее количество решений может иметь система уравнений

$$\begin{cases} y = a_0 - |x-a_1| + |x-a_2| - |x-a_3| + |x-a_4| - \cdots + |x-a_{2012}| - |x-a_{2013}| \\ x^2+y^2=b, \end{cases}$$

при каком-нибудь выборе значений параметров $a_0 < a_1 < \ldots < a_{2013}$ и b?

10.8. В стране пять городов: А, Б, В, Г и Д. Их хотят связать четырьмя авиалиниями так, чтобы из каждого города можно было (быть может, с пересадками) долететь до любого другого. Сколькими различными способами это можно сделать?

10.9. Сколькими способами можно заполнить цифрами $(0, 1, \ldots, 9$, можно с повторениями) таблицу 3х3, чтобы сумма цифр в каждой строке и в каждом столбце равнялась 5?

10.10. В треугольнике ABC с медианой BM известны $AB = 2$, $BM = 1$, $BC = 2\sqrt{2}$. Найдите в градусах $\angle ABC$.