

## 16-я Столичная физико-математическая олимпиада

## Задачи по математике:

## 8 класс

- М1. Докажите, что если  $a+2b=3c$  и  $b+2c=3a$ , то  $c+2a=3b$ .
- М2. Найдите количество трехзначных чисел, у которых вторая цифра меньше третьей на 1.
- М3. В клетки таблицы  $3 \times 3$  записаны числа, сумма которых равна 0. Оказалось, что произведение чисел в любом прямоугольнике, состоящем из двух клеток, равно  $-5$ . Какое наименьшее число могло оказаться в углу таблицы?
- М4. В классе больше 20, но меньше 30 учеников, дни рождения у всех различны. Петя сказал: «Тех, кто старше меня в классе, в два раза больше тех, кто младше меня». Катя сказала: «Тех, кто старше меня в классе, в три раза меньше тех, кто младше меня». Сколько учеников в классе?
- М5. На доске написаны 2014 нечетных чисел. Разрешается стереть два числа  $x$ ,  $y$  и записать вместо них числа  $x+y$  и  $xy$ . Можно ли добиться того, чтобы на доске осталось 2014 четных чисел?
- М6. Прямая, проходящая через середину  $M$  гипотенузы  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  параллельно прямой  $AB$ , пересекает продолжение биссектрисы  $BL$  угла  $ABC$  за точку  $L$  в точке  $P$ . Найдите  $\angle ACP$ , если  $\angle ABC = \alpha$ .