16-я Столичная физико-математическая олимпиада

Решения по математике:

5-7 класс

M1

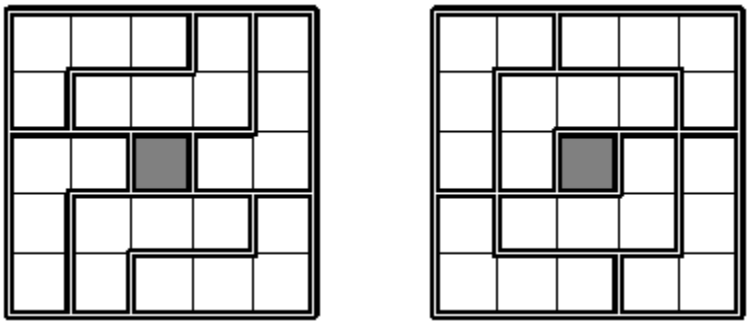
Ответ. Например, 9 + 6; 8 + 5 + 2; 7 + 4 + 3 + 1.

Решение. Суммарный вес гирек равен 45, поэтому в каждой коробочке суммарный вес гирек равняется 15 г.

M2

Решение:

Два возможных примера приведены на рисунке. Существуют и другие примеры.



M3

Ответ: Например, $a = 2014, b = 1, c = 2015, d = 0$.

Решение: Решение получается сразу, если догадаться взять одно число равным 0.

M4

Ответ: 24 ученика.

Решение: Пусть в шахматный кружок ходит x ребят, тогда в него не ходит $2x$ ребят. Итак, всего в классе $3x$ ребят, и количество учеников в классе делится на 3. Аналогично, пусть в шашечный кружок ходит y ребят, тогда в него не ходит $3y$ ребят. Итак, всего в классе $4y$ ребят, и количество учеников в классе делится на 4.

Число учеников в классе делится и на 3, и на 4, то есть оно делится на 12. Единственное подходящее число, большее 20 и меньшее 30, это 24.

M5

12.1

Ответ: Если ответов «Да» и «Нет» поровну, то все жители, сказавшие «Да», говорят правду, а остальные лгут. Если не поровну, то сказавшие «Нет» говорят правду, а сказавшие «Да» – лгут.

Решение: Если тех и других поровну, то рыцари скажут «Да», а лжецы – «Нет». Если же их не поровну, то говорящие «Нет» сказали правду, а остальные должны были солгать, а потому сказать «Да».

М6

Ответ. Нельзя.

Решение. Предположим, что мы нашли такую расстановку и сумму чисел в любой тройке ребер, выходящих из одной вершины, равную *N*, тогда по всем вершинам сумма равна 8*N*. В то же время при таком суммировании каждое число учитывается дважды, так как каждое ребро куба входит в две тройки ребер. Поэтому $8N = 2(1+2+\ldots 12) = 12\cdot 13$, откуда $N = \frac{39}{2}$ – не целое, что невозможно, – противоречие.