1.3.3 Задания для 9 класса

Задача 1. (1 балл)

1. Координаты двух векторов на плоскости — четыре различных натуральных числа. Какое наименьшее значение может принимать их скалярное произведение?

2. Координаты двух векторов на плоскости — четыре различных нечётных натуральных числа. Какое наименьшее значение может принимать их скалярное произведение?

3. Координаты двух векторов на плоскости — четыре различных чётных натуральных числа. Какое наименьшее значение может принимать их скалярное произведение?

Ко вводу разрешены цифры

Задача 2. (3 балла)

1. На конференции присутствовали 20 рас пришельцев. Каждый пришелец поздоровался как минимум с 15 представителями из каждой расы (в том чисел и с представителями из своей расы). Какое наибольшее количество пришельцев одной расы могло быть на конференции, если всего участников было 2018?

2. На конференции присутствовали 25 рас пришельцев. Каждый пришелец поздоровался как минимум с 30 представителями из каждой расы (в том чисел и с представителями из своей расы). Какое наибольшее количество пришельцев одной расы могло быть на конференции, если всего участников было 2019?

3. На конференции присутствовали 15 рас пришельцев. Каждый пришелец поздоровался как минимум с 30 представителями из каждой расы (в том чисел и с представителями из своей расы). Какое наибольшее количество пришельцев одной расы могло быть на конференции, если всего участников было 2018?

Ко вводу разрешены цифры

Задача 3. (3 балла)

1. Найдите наибольшее трехзначное число, которое при делении на 13 дает остаток 2, а при делении на 15 остаток равен 6.

2 вариант. Найдите наибольшее трехзначное число, которое при делении на 13 дает остаток 3, а при делении на 14 остаток равен 2.

3 вариант. Найдите наибольшее трехзначное число, которое при делении на 14 дает остаток 5, а при делении на 15 остаток равен 3

Ко вводу разрешены цифры

Задача 4. (3 балла)

1. Два квадратных трёхчлена имеют общий корень -5, причём у одного из них это больший корень, а у другого — меньший. Длина отрезка, отсекаемого графиками этих трёхчленов на оси ординат равна 15. Найдите длину отрезка, высекаемого графиками трёхчленов на оси абсцисс.

2. Два квадратных трёхчлена имеют общий корень -7, причём у одного из них это больший корень, а у другого — меньший. Длина отрезка, отсекаемого графиками этих

трёхчленов на оси ординат равна 14. Найдите длину отрезка, высекаемого графиками трёхчленов на оси абсцисс.

3. Два квадратных трёхчлена имеют общий корень -3, причём у одного из них это больший корень, а у другого — меньший. Длина отрезка, отсекаемого графиками этих трёхчленов на оси ординат равна 12. Найдите длину отрезка, высекаемого графиками трёхчленов на оси абсцисс.

Ко вводу разрешены цифры, знак деления, точка или запятая в качестве десятичного разделителя

Задача 5. (3 балла)

1. На доске было записано стозначное число. За один ход можно было либо вычесть из любой цифры записанного на доске числа 7, либо заменить две соседние цифры на их сумму, если она меньше 10 (уменьшив таким образом количество цирф на одну).

После 150 ходов на доске оказалось число 7. Какой остаток давало исходное число при делении на 9?

2. На доске было записано стопятидесятизначное число. За один ход можно было либо вычесть из любой цифры записанного на доске числа 8, либо заменить две соседние цифры на их сумму, если она меньше 10 (уменьшив таким образом количество цирф на одну).

После 250 ходов на доске оказалось число 8. Какой остаток давало исходное число при делении на 9?

3. На доске было записано стосороказначное число. За один ход можно было либо вычесть из любой цифры записанного на доске числа 6, либо заменить две соседние цифры на их сумму, если она меньше 10 (уменьшив таким образом количество цирф на одну).

После 200 ходов на доске оказалось число 5. Какой остаток давало исходное число при делении на 9?

Ко вводу разрешены цифры

Задача 6. (3 балла)

1. Известно, что в некотором треугольнике радиусы его вневписанных окружностей равны $\frac{11\sqrt{6}}{2}$, $\frac{11\sqrt{6}}{3}$ и $\frac{11\sqrt{6}}{6}$. Найдите квадрат радиуса вписанной окружности для этого треугольника.

2. Известно, что в некотором треугольнике радиусы его вневписанных окружностей равны $\frac{3\sqrt{14}}{5}$, $\frac{2\sqrt{14}}{3}$ и $\frac{6\sqrt{14}}{5}$. Найдите квадрат радиуса вписанной окружности для этого треугольника.

3. Известно, что в некотором треугольнике радиусы его вневписанных окружностей равны $\frac{4\sqrt{5}}{3}$, $\frac{12\sqrt{5}}{7}$ и $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. Найдите квадрат радиуса вписанной окружности для этого треугольника.

Ко вводу разрешены цифры, минус и знак деления, точка или запятая в качетсве десятичного разделителя

Задача 7. (3 балла)

1. Окружность, радиус которой равен 3, касается гипотенузы прямоугольного треугольника, а также продолжений его обоих катетов. Найдите периметр треугольника.

2. Окружность, радиус которой равен 4, касается гипотенузы прямоугольного треугольника, а также продолжений его обоих катетов. Найдите периметр треугольника.

3. Окружность, радиус которой равен 5, касается гипотенузы прямоугольного треугольника, а также продолжений его обоих катетов. Найдите периметр треугольника.

Ко вводу разрешены цифры, знак деления, точка или запятая в качестве десятичного разделителя

Задача 8. (3 балла)

1. На плоскости отмечены несколько прямых, среди которых нет параллельных друг другу. На каждой из прямых ровно три точки пересечения с другими отмеченными прямыми.

Найдите наименьшее и наибольшее количество прямых, которые могли бы быть отмечены. В ответе укажите эти числа через точку с запятой

2. На плоскости отмечены несколько прямых. На каждой из прямых ровно две точки пересечения с другими отмеченными прямыми.

Найдите наименьшее и наибольшее количество прямых, которые могли бы быть отмечены. В ответе укажите эти числа через точку с запятой

3. На плоскости отмечены несколько прямых, не пересекающихся в одной точке. На каждой из прямых не больше двух точек пересечения с другими отмеченными прямыми, причём есть прямые и с одной, и с двумя такими точками.

Найдите наименьшее и наибольшее количество прямых, которые могли бы быть отмечены. В ответе укажите эти числа через точку с запятой

Ко вводу разрешены цифры, точка с запятой

Задача 9. (3 балла)

1. Сколько существует пар натуральных чисел, для которых число 1000 является НОК? (Числа в паре могут быть одинаковыми, порядок чисел в паре не важен)

2. Сколько существует пар натуральных чисел, для которых число 400 является НОК? (Числа в паре могут быть одинаковыми, порядок чисел в паре не важен)

3. Сколько существует пар натуральных чисел, для которых число 392 является НОК? (Числа в паре могут быть одинаковыми, порядок чисел в паре не важен)

Ко вводу разрешены цифры

Задача 10. (4 балла)

1. Гномы выкопали систему туннелей, которая имела вид прямоугольной сетки 8 на 2. Главный вход расположен в левой нижней вершине $(0, 0)$, а главный выход — в правой верхней вершине $(8, 2)$. Тунели пронумерованы следующим образом: туннель, соединяющий вершины (x, k) и $(x + 1, k)$, имеет номер равный $8k + x + 1$, а туннель, соединяющий вершины (m, y) и $(m, y + 1)$, имеет номер равный $24 + 9y + m + 1$. Произошел обвал, в результате которого все туннели, номера которых являлись простыми числами, стали нерабочими. Гномы смогли восстановить туннель с номером 3. Сколькими способами теперь можно пройти от главного входа до главного выхода, пройдя по каждому туннелю не более одного раза?

2. Гномы выкопали систему туннелей, которая имела вид прямоугольной сетки 9 на 2. Главный вход расположен в левой нижней вершине $(0, 0)$, а главный выход — в правой верхней вершине $(9, 2)$. Тунели пронумерованы следующим образом: туннель, соединяющий вершины (x, k) и $(x + 1, k)$, имеет номер равный $9k + x + 1$, а туннель, соединяющий вершины (m, y) и $(m, y + 1)$, имеет номер равный $27 + 10y + m + 1$. Произошел обвал, в результате которого все туннели, номера которых являлись простыми числами, стали нерабочими, а так же нерабочим оказался туннель под номером 34. Сколькими способами теперь можно пройти от главного входа до главного выхода, пройдя по каждому туннелю не более одного раза?

3. Гномы выкопали систему туннелей, которая имела вид прямоугольной сетки 7 на 2. Главный вход расположен в левой нижней вершине $(0, 0)$, а главный выход — в правой верхней вершине $(7, 2)$. Тунели пронумерованы следующим образом: туннель, соединяющий вершины (x, k) и $(x + 1, k)$, имеет номер равный $7k + x + 1$, а туннель, соединяющий вершины (m, y) и $(m, y + 1)$, имеет номер равный $21 + 8y + m + 1$. Произошел обвал, в результате которого все туннели, номера которых являлись простыми числами, стали нерабочими. Сколькими способами теперь можно пройти от главного входа до главного выхода, пройдя по каждому туннелю не более одного раза?

Ко вводу разрешены цифры