

1.2.3 Задания для 9 класса

Задача 1. (2 балла)

1. Коэффициенты квадратного трёхчлена — три различных натуральных числа от 1 до 20. Какое наименьшее значение этот трёхчлен может принимать при $x = -2$?
2. Коэффициенты квадратного трёхчлена — три различных натуральных числа от 1 до 20. Какое наименьшее значение этот трёхчлен может принимать при $x = -3$?
3. Коэффициенты квадратного трёхчлена — три различных натуральных числа от 1 до 10. Какое наименьшее значение этот трёхчлен может принимать при $x = 4$?

Задача 2. (2 балла)

1. Дан треугольник ABC , в нем проведена биссектриса BK . На стороне AB взята точка L такая, что прямая KL параллельна прямой BC , а на стороне BC взята точка M такая, что прямая KM параллельна прямой AB . Оказалось, что угол ALK в три раза больше угла BML . Найдите самый большой угол треугольника ABC (в градусах).
2. Дан треугольник ABC , в нем проведена биссектриса BK . На стороне AB взята точка L такая, что прямая KL параллельна прямой BC , а на стороне BC взята точка M такая, что прямая KM параллельна прямой AB . Оказалось, что угол ALK в четыре раза больше угла BML . Найдите самый большой угол треугольника ABC (в градусах).
3. Дан треугольник ABC , в нем проведена биссектриса BK . На стороне AB взята точка L такая, что прямая KL параллельна прямой BC , а на стороне BC взята точка M такая, что прямая KM параллельна прямой AB . Оказалось, что угол ALK в шесть раз больше угла BML . Найдите самый большой угол треугольника ABC (в градусах).

Задача 3. (2 балла)

1. Дан треугольник со сторонами 10, 10, 12. Найдите расстояние от точки пересечения медиан до ближайшей стороны треугольника.
2. Дан треугольник со сторонами 10, 10, 16. Найдите расстояние от точки пересечения медиан до ближайшей стороны треугольника.
3. Дан треугольник со сторонами 10, 13, 13. Найдите расстояние от точки пересечения медиан до самой дальней от неё стороны треугольника.

Задача 4. (3 балла)

1. Найдите все возможные целые значения выражения $\frac{2}{a} + 5 + \sqrt{2}$, если известно, что $a - \sqrt{2}$ так же целое. Ответы запишите в любом порядке через запятую или точку с запятой.

Примеры записи ответа: 1; 2

2. Найдите все возможные целые значения выражения $\frac{6}{a} + 4 + \sqrt{3}$, если известно, что $a - \sqrt{3}$ так же целое.
3. Найдите все возможные целые значения выражения $\frac{4}{a} + 3 + \sqrt{5}$, если известно, что $a - \sqrt{5}$ так же целое.

Задача 5. (3 балла)

1. Найдите остаток от деления многочлена $P(x)$ на многочлен $x^2 + 11x + 30$, если известно, что $P(-6) = 2$ и $P(-5) = 1$.

Примеры записи ответа:

2x-3

x+4

2. Найдите остаток от деления многочлена $P(x)$ на многочлен $x^2 + 9x + 20$, если известно, что $P(-5) = 2$ и $P(-4) = 1$.

Примеры записи ответа:

2x-3

x+4

3. Найдите остаток от деления многочлена $P(x)$ на многочлен $x^2 + 7x + 12$, если известно, что $P(-4) = 2$ и $P(-3) = 1$.

Примеры записи ответа:

2x-3

x+4

Задача 6. (3 балла)

1. Сколькими способами из картинки 10×12 можно сделать пазл, если каждые две соседние клетки должны соединяться выступом и выемкой? (Картинка такова, что как бы мы не резали её на части пазла, одинаковых кусочков и кусочков, переходящих в себя при поворотах не будет)

Примеры записи ответа:

123456789

3^{97}

2. Сколькими способами из картинки 11×12 можно сделать пазл, если каждые две соседние клетки должны соединяться выступом и выемкой? (Картинка такова, что как бы мы не резали её на части пазла, одинаковых кусочков и кусочков, переходящих в себя при поворотах не будет)

Примеры записи ответа:

123456789

3^{97}

3. Сколькими способами из картинки 10×15 можно сделать пазл, если каждые две соседние клетки должны соединяться выступом и выемкой? (Картинка такова, что как бы мы не резали её на части пазла, одинаковых кусочков и кусочков, переходящих в себя при поворотах не будет)

Примеры записи ответа:

123456789

3^{97}

Задача 7. (3 балла)

1. Сколько существует трёхзначных чисел, с суммой цифр, равной 13?

2. Сколько существует трёхзначных чисел, с суммой цифр, равной 12?

3. Сколько существует трёхзначных чисел, с суммой цифр, равной 11?

Задача 8. (3 балла)

1. На пастбищах A , B , C пасутся овцы. Вид и размеры пастбищ указаны на рисунке. Известно, что плотность овец на пастбище C в 4 раза меньше, чем на пастбище A . Плотность овец на пастбище B на 10 процентов меньше, чем на пастбище A . Известно, что общее количество овец, которые пасутся на пастбищах B и C , равно 51. Чему равно общее количество овец, которые пасутся на всех трех пастбищах? Плотность овец — количество овец на единицу площади.

2. На пастбищах A , B , C (вид и размеры пастбищ указаны на рисунке). Известно, что плотность овец на пастбище C в 3 раза меньше, чем на пастбище A . Плотность овец на пастбище B на 20 процентов больше, чем на пастбище A . Известно, что общее количество овец, которые пасутся на пастбищах B и C , равно 74. Чему равно общее количество овец, которые пасутся на всех трех пастбищах? Плотность овец - количество овец на единицу площади.

3. На пастбищах A , B , C (вид и размеры пастбищ указаны на рисунке). Известно, что плотность овец на пастбище C в 2 раза меньше, чем на пастбище A . Плотность овец на пастбище B на 10 процентов больше, чем на пастбище A . Известно, что общее количество овец, которые пасутся на пастбищах B и C , равно 69. Чему равно общее количество овец, которые пасутся на всех трех пастбищах? Плотность овец — количество овец на единицу площади.

Задача 9. (4 балла)

1. Дан клетчатый прямоугольник 10×10 . Сколько различных клетчатых многоугольников периметра 8 можно нарисовать по линиям сетки внутри этого прямоугольника?

2. Дан клетчатый прямоугольник 8×8 . Сколько различных клетчатых многоугольников периметра 8 можно нарисовать по линиям сетки внутри этого прямоугольника?

3. Дан клетчатый прямоугольник 9×9 . Сколько различных клетчатых многоугольников периметра 8 можно нарисовать по линиям сетки внутри этого прямоугольника?

Задача 10. (5 баллов)

1. Изначально на доске написано число 1. Разрешается прибавлять к текущему числу 2 или умножать его на 2. Какое наименьшее натуральное число (больше 1) нельзя получить не более, чем за 100 таких операций?

2. На доске написано какое-то число. Разрешается прибавлять к текущему числу 3 или умножать его на 3. Какое наименьшее натуральное число (больше 1) нельзя получить не более, чем за 100 таких операций ни из единицы, ни из двойки?

3. Изначально на доске написано число 2. Разрешается прибавлять к текущему числу 4 или умножать его на 2. Какое наименьшее чётное натуральное число (больше 2) нельзя получить не более, чем за 100 таких операций?