1.1.3 Задания для 9 класса

1 вариант

Задача 1. (2 балла)

Два приведённых квадратных трёхчлена отличаются перестановкой свободного члена и второго коэффициента. Сумма этих трёхчленов имеет единственный корень. А какое значение эта сумма принимает в единице?

Задача 2. (2 балла)

Найдите все натуральные n при которых число $n^n - 4n + 3$ простое.

Задача 3. (3 балла)

В стране Налогии каждый платит со своей зарплаты столько процентов налога, сколько тысяч тугриков составляет эта зарплата. Какую зарплату иметь выгоднее всего?

(Зарплата измеряется положительным, не обязательно целым числом тугриков)

Задача 4. (3 балла)

В треугольнике ABC проведена медиана BM, в треугольнике ABM — медиана BN, в треугольнике BNC — медиана NK. Оказалось, что $NK \perp BM$. Найдите $AB : AC$.

Задача 5. (3 балла)

Сколькими способами можно в таблице 2×7 расставить натуральные числа от 1 до 14 (каждое по одному разу), чтобы сумма чисел в каждом из семи стобцов была нечётна?

Задача 6. (3 балла)

В каждой клетке квадрата 2019×2019 проведены обе диагонали. Существует ли замкнутый маршрут, состоящий из этих диагоналей, не проходящий ни по одной из диагоналей дважды и посещающий при этом все клетки квадрата (то есть, содержащий хотя бы одну диагональ из каждой клетки).

Задача 7. (3 балла)

$ABCD$ — трапеция, $AD \parallel BC$. Точка K лежит на продолжении луча BC за точку C, $KL \parallel CD$, $\angle CDL = \angle BAD$. Кроме того, $CD = \sqrt{CK \cdot AD}$. O и M — точки пересечения диагоналей четырёхугольников $ABCD$ и $CKLD$ соответственно. Докажите, что $OM \parallel BC$.

Задача 8. (5 балла)

Для каждой пары чисел $\overline{bab}$ и $\overline{abb}$, где a и b — различные цифры, посчитали НОД этих чисел. Найдите наибольший из этих НОД.

$\overline{abb}$ — стандартное обозначение для числа, состоящего из цифр a, b и b именно в таком порядке.

2 вариант

Задача 1. (2 балла)

Два приведённых квадратных трёхчлена отличаются перестановкой свободного члена и второго коэффициента. Сумма этих трёхчленов имеет единственный корень. А какое значение эта сумма принимает при $x = 2$?

Задача 2. (2 балла)

Найдите все натуральные n при которых число $n^n - 6n + 5$ простое.

Задача 3. (3 балла)

В стране Налогии каждый платит со своей зарплаты столько тысячных частей налога, сколько тугриков составляет эта зарплата. Какую зарплату иметь выгоднее всего?

(Зарплата измеряется положительным, не обязательно целым числом тугриков)

Задача 4. (3 балла)

В треугольнике ABC проведена медиана BM, в треугольнике MCB — медиана BN, в треугольнике BNA — медиана NK. Оказалось, что $NK \perp BM$. Найдите $AC : BC$.

Задача 5. (3 балла)

Сколькими способами можно в таблице 2×5 расставить натуральные числа от 1 до 10 (каждое по одному разу), чтобы сумма чисел в каждом из пяти стобцов была нечётна?

Задача 6. (3 балла)

В каждой клетке квадрата 2017×2017 проведены обе диагонали. Существует ли замкнутый маршрут, состоящий из этих диагоналей, не проходящий ни по одной из диагоналей дважды и посещающий при этом все клетки квадрата (то есть, содержащий хотя бы одну диагональ из каждой клетки).

Задача 7. (3 балла)

$ABCD$ — трапеция, $AB \parallel CD$. Точка K лежит на продолжении луча AB за точку B, $KL \parallel BC$, $\angle BCL = \angle ADC$. Кроме того, $BC = \sqrt{BK \cdot CD}$. O и X — точки пересечения диагоналей четырёхугольников $ABCD$ и $KLCB$ соответственно. Докажите, что $OX \parallel AB$.

Задача 8. (5 баллов)

Для каждой пары чисел $\overline{aab}$ и $\overline{aba}$, где a и b — различные цифры, посчитали НОД этих чисел. Найдите наибольший из этих НОД.

$\overline{aab}$ — стандартное обозначение для числа, состоящего из цифр a, a и b именно в таком порядке.