

**II отборочный тур.**  
**9 класс.**

**Задача 1. (1 балл)**

1. Сумма кубов двух целых чисел равна 737. Найдите сумму самих чисел.
2. Сумма кубов двух целых чисел равна 637. Найдите сумму самих чисел.
3. Сумма кубов двух целых чисел равна 539. Найдите сумму самих чисел.

**Задача 2. (2 балла)**

1. Сколько целых точек находится внутри и на границе ромба с вершинами в точках с координатами  $(0, \pm 10)$  и  $(\pm 20, 0)$ ?
2. Сколько целых точек находится внутри и на границе ромба с вершинами в точках с координатами  $(0, \pm 20)$  и  $(\pm 15, 0)$ ?
3. Сколько целых точек находится внутри и на границе ромба с вершинами в точках с координатами  $(0, \pm 15)$  и  $(\pm 10, 0)$ ?

**Задача 3. (2 балла)**

1. Дана трапеция  $ABCD$  с большим основанием  $AD = 10$ . Точки  $E$  и  $F$  лежат на  $AD$  таким образом, что  $BE$  параллельно  $CD$ , а  $CF$  параллельно  $AB$ . Найдите, чему равно  $CD$ , если известно, что  $AE = 3$ ,  $OE = 8$ , где  $O$  — точка пересечения  $BE$  и  $CF$ .
2. Дана трапеция  $ABCD$  с большим основанием  $AD = 20$ . Точки  $E$  и  $F$  лежат на  $AD$  таким образом, что  $BE$  параллельно  $CD$ , а  $CF$  параллельно  $AB$ . Найдите, чему равно  $CD$ , если известно, что  $AE = 4$ ,  $OE = 9$ , где  $O$  — точка пересечения  $BE$  и  $CF$ .
3. Дана трапеция  $ABCD$  с большим основанием  $AD = 30$ . Точки  $E$  и  $F$  лежат на  $AD$  таким образом, что  $BE$  параллельно  $CD$ , а  $CF$  параллельно  $AB$ . Найдите, чему равно  $CD$ , если известно, что  $AE = 8$ ,  $OE = 21$ , где  $O$  — точка пересечения  $BE$  и  $CF$ .

**Задача 4. (2 балла)**

1. На листочке написаны все возможные квадратные уравнения вида  $x^2 - ax - b$ , где числа  $a$  и  $b$  — натуральные числа, не превосходящие 10. Найдите сумму всех корней всех этих уравнений. (Если число является корнем нескольких уравнений, посчитаем его столько же раз, корнем скольких уравнений оно является)
2. На листочке написаны все возможные квадратные уравнения вида  $x^2 - ax - b$ , где числа  $a$  и  $b$  — натуральные числа, не превосходящие 11. Найдите сумму всех корней всех этих уравнений. (Если число является корнем нескольких уравнений, посчитаем его столько же раз, корнем скольких уравнений оно является)
3. На листочке написаны все возможные квадратные уравнения вида  $x^2 - ax - b$ , где числа  $a$  и  $b$  — натуральные числа, не превосходящие 9. Найдите сумму всех корней всех этих уравнений. (Если число является корнем нескольких уравнений, посчитаем его столько же раз, корнем скольких уравнений оно является)

**Задача 5. (2 балла)**

1. Одна из сторон треугольника равна  $10\sqrt{6} - 20$ , а два его угла равны 30 и 45 градусам. Чему может быть равна наименьшая сторона треугольника? Найдите все возможные значения. В ответе укажите их сумму.

2. Одна из сторон треугольника равна  $8\sqrt{6} - 16$ , а два его угла равны 30 и 45 градусам. Чему может быть равна наименьшая сторона треугольника? Найдите все возможные значения. В ответе укажите их сумму.

3. Одна из сторон треугольника равна  $6\sqrt{6} - 12$ , а два его угла равны 30 и 45 градусам. Чему может быть равна наименьшая сторона треугольника? Найдите все возможные значения. В ответе укажите их сумму.

**Задача 6. (3 балла)**

1. Квадратное уравнение  $x^2 - 10x + a$  имеет корни  $x_2$  и  $x_4$ . Квадратное уравнение  $x^2 - 4x + b$  имеет корни  $x_1$  и  $x_3$ . При это  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ . Чему может равняться суммарная длина промежутков, на которых выполняется неравенство  $(x^2 - 10x + a)(x^2 - 4x + b) \leq 0$ ? Если возможных ответов несколько, укажите их в любом порядке через точку с запятой.

2. Квадратное уравнение  $x^2 - 5x + a$  имеет корни  $x_2$  и  $x_4$ . Квадратное уравнение  $x^2 + 2x + b$  имеет корни  $x_1$  и  $x_3$ . При это  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ . Чему может равняться суммарная длина промежутков, на которых выполняется неравенство  $(x^2 - 5x + a)(x^2 + 2x + b) \leq 0$ ? Если возможных ответов несколько, укажите их в любом порядке через точку с запятой.

3. Квадратное уравнение  $x^2 - 3x + a$  имеет корни  $x_1$  и  $x_3$ . Квадратное уравнение  $x^2 - 8x + b$  имеет корни  $x_2$  и  $x_4$ . При это  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ . Чему может равняться суммарная длина промежутков, на которых выполняется неравенство  $(x^2 - 3x + a)(x^2 - 8x + b) \leq 0$ ? Если возможных ответов несколько, укажите их в любом порядке через точку с запятой.

**Задача 7. (3 балла)**

1. Женя нарисовал на плоскости несколько различных прямых. Сколько Женя нарисовал прямых, если известно, что они разделили плоскость на 211 частей? В ответе укажите наименьшее и наибольшее возможные значения в любом порядке через точку с запятой.

2. Женя нарисовал на плоскости несколько различных прямых. Сколько Женя нарисовал прямых, если известно, что они разделили плоскость на 326 частей? В ответе укажите наименьшее и наибольшее возможные значения в любом порядке через точку с запятой.

3. Женя нарисовал на плоскости несколько различных прямых. Сколько Женя нарисовал прямых, если известно, что они разделили плоскость на 466 частей? В ответе укажите наименьшее и наибольшее возможные значения в любом порядке через точку с запятой.

**Задача 8. (5 баллов)**

1. Сколькими способами прямоугольник  $3 \times 20$  можно разрезать на квадратики  $2 \times 2$  и полоски  $1 \times 4$  ?

2. Сколькими способами прямоугольник  $3 \times 24$  можно разрезать га квадратики  $2 \times 2$  и полоски  $1 \times 4$  ?

3. Сколькими способами прямоугольник  $3 \times 28$  можно разрезать на квадратики  $2 \times 2$  и полоски  $1 \times 4$  ?

**Задача 9. (5 баллов)**

1. Сколько существует попарно неравных прямоугольных треугольников с целочисленными сторонами у которых отношение площади к полупериметру равно 625?

2. Сколько существует попарно неравных прямоугольных треугольников с целочисленными сторонами у которых отношение площади к полупериметру равно 343?

3. Сколько существует попарно неравных прямоугольных треугольников с целочисленными сторонами у которых отношение площади к полупериметру равно 243?

**Задача 10. (5 баллов)**

1. Паук сплёл паутину, которая состоит из оси абсцисс, оси ординат, а так же следующих кривых:  $y = x$ ,  $y = -x$ ,  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $x^2 + y^2 = 9$ ,  $x^2 + y^2 = 16$ . За день во все узлы попались мухи. Паук сидит в точке  $(0,0)$  и собирается съесть всех мух. Какое минимальное расстояние пройдет паук, пока не закончит есть?

Ответ не округляйте. Для записи числа  $\pi$  используйте русскую букву п или английскую р.

Примеры записи ответа:

$3\pi+10$

$1.5\pi+7.5$

2. Паук сплёл паутину, которая состоит из оси абсцисс, оси ординат, а так же следующих кривых:  $y = x$ ,  $y = -x$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $x^2 + y^2 = 25$ ,  $x^2 + y^2 = 49$ . За день во все узлы попались мухи. Паук сидит в точке  $(0,0)$  и собирается съесть всех мух. Какое минимальное расстояние пройдет паук, пока не закончит есть?

Ответ не округляйте. Для записи числа  $\pi$  используйте русскую букву п или английскую р.

Примеры записи ответа:

$3\pi+10$

$1.5\pi+7.5$

3. Паук сплёл паутину, которая состоит из оси абсцисс, оси ординат, а так же следующих кривых:  $y = x$ ,  $y = -x$ ,  $x^2 + y^2 = 9$ ,  $x^2 + y^2 = 49$ ,  $x^2 + y^2 = 81$ . За день во все узлы попались мухи. Паук сидит в точке  $(0,0)$  и собирается съесть всех мух. Какое минимальное расстояние пройдет паук, пока не закончит есть?

Ответ не округляйте. Для записи числа  $\pi$  используйте русскую букву п или английскую р.

Примеры записи ответа:

$3\pi+10$

$1.5\pi+7.5$