**9 класс, I отборочный тур.**

**Задача 1. (1 балл)**

1. Из отрезков с длинами $4a$, $4a + 9$ и $a^2$ можно составить треугольник. Найдите все возможные значения $a$.
Ответ запишите в виде промежутка (квадратные скобки означают, что граница входит в множество решений неравенства, круглые — что не входит).

Ответ: (3; 9)

2. Из отрезков с длинами $3a$, $3a + 16$ и $a^2$ можно составить треугольник. Найдите все возможные значения $a$.
Ответ запишите в виде промежутка (квадратные скобки означают, что граница входит в множество решений неравенства, круглые — что не входит).

Ответ: (4; 8)

3. Из отрезков с длинами $12a$, $12a + 25$ и $a^2$ можно составить треугольник. Найдите все возможные значения $a$.
Ответ запишите в виде промежутка (квадратные скобки означают, что граница входит в множество решений неравенства, круглые — что не входит).

Ответ: (5; 25)

**Примеры записи ответов:**
[-4; 5)
(-4; 5]
(-4; 5)
[-4; 5]

**Задача 2. (2 балла).**

1. В стране Самолётии 20 городов, некоторые города соединены двусторонними авиарейсами. При этом, между любыми двумя городами существует только один разумный авиамаршрут (т. е. маршрут, на котором не надо пользоваться одним и тем же авиарейсом в разных направлениях).
Для каждого из городов вычислили авиарасстояние до столицы. Оно рассчитывается как минимальное количество рейсов, необходимое, чтобы долететь из этого города до столицы. Для каждых двух городов A и B, соединённых авиарейсом, стоимость билета из города A в город B (также как и обратного) в тугриках равна наибольшему из авиарасстояний от A и B до столицы. В частности, билет до столицы из любого соединённого с ней прямым рейсом города стоит 1 тугрик; все остальные рейсы, вылетающие из этих городов, стоят 2 тугрика и так далее.
Вася много путешествовал по Самолётии (не только на самолётах) и в конце года оказалось, что он ровно по разу воспользовался каждым из авиарейсов (то есть, для каждых двух городов A и B, соединённых прямым авиарейсом, он слетал либо из A в B, либо из B в A, причём только в одну их сторон). Какое наибольшее количество тугриков он мог потратить на авиаперелёты?

Ответ: 190

2. В стране Аэродромии 30 городов, некоторые города соединены двусторонними авиарейсами. При этом, между любыми двумя городами существует только один разумный авиамаршрут (т. е. маршрут, на котором не надо пользоваться одним и тем же авиарейсом в разных направлениях).
Для каждого из городов вычислили авиарасстояние до столицы. Оно рассчитывается как минимальное количество рейсов, необходимое, чтобы долететь из этого города до столицы. Для каждых двух городов A и B, соединённых авиарейсом, стоимость билета из города A в город B (также как и обратного) в фартингах равна наибольшему из авиарасстояний от A и B до столицы. В частности, билет до столицы из любого соединённого с ней прямым рейсом города стоит 1 фартинг; все остальные рейсы, вылетающие из этих городов, стоят 2 фартинга и так далее.
Коля много путешествовал по Аэродромии (не только на самолётах) и в конце года оказалось, что он ровно по разу воспользовался каждым из авиарейсов (то есть, для каждых двух городов A и B, соединённых прямым авиарейсом, он слетал либо из A в B, либо из B в A, причём только в одну их сторон). Какое наибольшее количество фартингов он мог потратить на авиаперелёты?

Ответ: 435

3. В стране Авиании 40 городов, некоторые города соединены двусторонними авиарейсами. При этом, между любыми двумя городами существует только один разумный авиамаршрут (т. е. маршрут, на котором не надо пользоваться одним и тем же авиарейсом в разных направлениях).
Для каждого из городов вычислили авиарасстояние до столицы. Оно рассчитывается как минимальное количество рейсов, необходимое, чтобы долететь из этого города до столицы. Для каждых двух городов A и B, соединённых авиарейсом, стоимость билета из города A в город B (также как и обратного) в марках равна наибольшему из авиарасстояний от A и B до столицы. В частности, билет до столицы из любого соединённого с ней прямым рейсом города стоит 1 марку; все остальные рейсы, вылетающие из этих городов, стоят 2 марки и так далее.
Петя много путешествовал по Авиании (не только на самолётах) и в конце года оказалось, что он ровно по разу воспользовался каждым из авиарейсов (то есть, для каждых двух городов A и B, соединённых прямым авиарейсом, он слетал либо из A в B, либо из B в A, причём только в одну их сторон). Какое наибольшее количество марок он мог потратить на авиаперелёты?

Ответ: 780.

**Примеры записи ответов:**
45

**Задача 3. (2 балла)**

1. На координатной плоскости проведены прямые вида $y = ax + b$ где $a$ и $b$ — натуральные числа от 1 до 9. Среди всех точек пересечения этих прямых выберите точку с наибольшей суммой координат. Ответ запишите в виде $(x; y)$.
Ответ: (8; 73) || (8, 73) || 8; 73 || 8, 73

2. На координатной плоскости проведены прямые вида $y = ax + b$ где $a$ и $b$ — натуральные числа от 1 до 8. Среди всех точек пересечения этих прямых выберите точку с наибольшей суммой координат. Ответ запишите в виде $(x; y)$.

Ответ: (7; 57) || (7, 57) || 7; 57 || 7, 57

3. На координатной плоскости проведены прямые вида $y = ax + b$ где $a$ и $b$ — натуральные числа от 1 до 7. Среди всех точек пересечения этих прямых выберите точку с наибольшей суммой координат. Ответ запишите в виде $(x; y)$.
Ответ: (6; 43) || (6, 43) || 6; 43 || 6, 43

**Примеры записи ответов:**
(-4; 5)

**Задача 4. (3 балла).**

1. На доске были написаны числа от 1 до 8. За ход разрешается стереть любые два числа $x$ и $y$ и записать вместо них число $2x + 2y$ . После нескольких ходов на доске осталось одно число. Какое самое большое число могло получиться?

Ответ: 2562

2. На доске были написаны числа от 1 до 7. За ход разрешается стереть любые два числа $x$ и $y$ и записать вместо них число $2x + 2y$ . После нескольких ходов на доске осталось одно число. Какое самое большое число могло получиться?

Ответ: 1090

3. На доске были написаны числа от 1 до 6. За ход разрешается стереть любые два числа $x$ и $y$ и записать вместо них число $3x + 3y$ . После нескольких ходов на доске осталось одно число. Какое самое большое число могло получиться?

Ответ: 3099

**Примеры записи ответов:**
45

**Задача 5. (3 балла)**

1. Дан правильный 10-угольник. Сколькими способами в нём можно провести 3 диагонали, так, чтобы каждые две из них пересекались (внутри 10-угольника)?

Ответ: 210

2. Дан правильный 9-угольник. Сколькими способами в нём можно провести 3 диагонали, так, чтобы каждые две из них пересекались (внутри 9-угольника)?

Ответ: 84

3. Дан правильный 11-угольник. Сколькими способами в нём можно провести 3 диагонали, так, чтобы каждые две из них пересекались (внутри 11-угольника)?

Ответ: 462

**Примеры записи ответов:**
45

**Задача 6 (3 балла).**

1. Известно, что натуральное число *n* делится на 3 и на 4. Найдите все такие возможные *n*, если известно, что количество всех его делителей (включая 1 и *n*) равно 15 ? Если возможных значений несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

2. Известно, что натуральное число *n* делится на 3 и на 4. Найдите все такие возможные *n*, если известно, что количество всех его делителей (включая 1 и *n*) равно 21 ? Если возможных значений несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

3. Известно, что натуральное число *n* делится на 3 и на 4. Найдите все такие возможные *n*, если известно, что количество всех его делителей (включая 1 и *n*) равно 22 ? Если возможных значений несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

**Примеры записи ответов:**
45
45; 456

**Задача 7 (3 балла).**

1. При каких натуральных $x$ и $y$ значение выражения $4x+\frac{169}{x}+9y+\frac{625}{y}$ наименьшее? В ответе укажите $x$ и $y$ в правильном порядке через точку с запятой.

2. При каких натуральных $x$ и $y$ значение выражения $4x+\frac{289}{x}+16y+\frac{529}{y}$ наименьшее? В ответе укажите $x$ и $y$ в правильном порядке через точку с запятой.

3. При каких натуральных $x$ и $y$ значение выражения $25x+\frac{484}{x}+4y+\frac{225}{y}$ наименьшее? В ответе укажите $x$ и $y$ в правильном порядке через точку с запятой.

**Примеры записи ответов:**
(1; 2)
1; 2

**Задача 4 (4 балла).**

1. Известно, что квадратное уравнение А$x^2$ + Б$x$ + В = 0, где А, Б и В — какие-то цифры, имеет корень -3/2. На какое число большее 1 точно делится трёхзначное число АБВ (то есть число, состоящее из цифр А, Б и В в таком порядке)?

2. Известно, что квадратное уравнение А$x^2$ + Б$x$ + В = 0, где А, Б и В — какие-то цифры, имеет корень -3. На какое число большее 1 точно делится трёхзначное число АБВ (то есть число, состоящее из цифр А, Б и В в таком порядке)?

3. Известно, что квадратное уравнение А$x^2$ + Б$x$ + В = 0, где А, Б и В — какие-то цифры, имеет корень -7. На какое число большее 1 точно делится трёхзначное число АБВ (то есть число, состоящее из цифр А, Б и В в таком порядке)?

**Примеры записи ответов:**
45

**Задача 9 (4 балла).**

1. ABCD — равнобедренная трапеция, AB = CD = 49, BC = 84, AD = 140. BCDE также равнобедренная трапеция. Найдите AE. (Точки A и E не совпадают)
Если возможных значений несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

2. ABCD — равнобедренная трапеция, AB = CD = 121, BC = 176, AD = 220. BCDE также равнобедренная трапеция. Найдите AE. (Точки A и E не совпадают)
Если возможных значений несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

3. ABCD — равнобедренная трапеция, AB = CD = 25, BC = 40, AD = 60. BCDE также равнобедренная трапеция. Найдите AE. (Точки A и E не совпадают)
Если возможных значений несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

**Примеры записи ответов:**
45
45; 56

**Задача 10 (4 балла).**

1. Из точки А проведены две касательные к окружности. Расстояние от точки А до точки касания равно 13, а расстояние между точками касания равно 24. Найдите наибольшее возможное расстояние от точки А до точки на окружности.

2. Из точки А проведены две касательные к окружности. Расстояние от точки А до точки касания равно 10, а расстояние между точками касания равно 12. Найдите наибольшее возможное расстояние от точки А до точки на окружности.

3. Из точки А проведены две касательные к окружности. Расстояние от точки А до точки касания равно 10, а расстояние между точками касания равно 16. Найдите наибольшее возможное расстояние от точки А до точки на окружности.

**Примеры записи ответов:**
45