II отборочный тур.
9 класс.

Задача 1. (1 балл)

1. Сумма кубов двух целых чисел равна 737. Найдите сумму самих чисел.

Ответ: 11

2. Сумма кубов двух целых чисел равна 637. Найдите сумму самих чисел.

Ответ: 13

3. Сумма кубов двух целых чисел равна 539. Найдите сумму самих чисел.

Ответ: 11

Задача 2. (2 балла)

1. Сколько целых точек находится внутри и на границе ромба с вершинами в точках с координатами $(0, \pm 10)$ и $(\pm 20, 0)$?

Ответ: 421

2. Сколько целых точек находится внутри и на границе ромба с вершинами в точках с координатами $(0, \pm 20)$ и $(\pm 15, 0)$?

Ответ: 611

3. Сколько целых точек находится внутри и на границе ромба с вершинами в точках с координатами $(0, \pm 15)$ и $(\pm 10, 0)$?

Ответ: 311

Задача 3. (2 балла)

1. Дана трапеция $ABCD$ с большим основанием $AD = 10$. Точки E и F лежат на AD таким образом, что BE параллельно CD, а CF параллельно AB. Найдите, чему равно CD, если известно, что $AE = 3$, $OE = 8$, где O — точка пересечения BE и CF.

Ответ: 6

2. Дана трапеция $ABCD$ с большим основанием $AD = 20$. Точки E и F лежат на AD таким образом, что BE параллельно CD, а CF параллельно AB. Найдите, чему равно CD, если известно, что $AE = 4$, $OE = 9$, где O — точка пересечения BE и CF.

Ответ: 3

3. Дана трапеция $ABCD$ с большим основанием $AD = 30$. Точки E и F лежат на AD таким образом, что BE параллельно CD, а CF параллельно AB. Найдите, чему равно CD, если известно, что $AE = 8$, $OE = 21$, где O — точка пересечения BE и CF.

Ответ: 12

Задача 4. (2 балла)

1. На листочке написаны все возможные квадратные уравнения вида $x^2 - ax - b$, где числа a и b — натуральные числа, не превосходящие 10. Найдите сумму всех корней всех этих уравнений. (Если число является корнем нескольких уравнений, посчитаем его столько же раз, корнем скольких уравнений оно является)

Ответ: 550

2. На листочке написаны все возможные квадратные уравнения вида $x^2 - ax - b$, где числа a и b — натуральные числа, не превосходящие 11. Найдите сумму всех корней всех этих уравнений. (Если число является корнем нескольких уравнений, посчитаем его столько же раз, корнем скольких уравнений оно является)

Ответ: 726

3. На листочке написаны все возможные квадратные уравнения вида $x^2 - ax - b$, где числа a и b — натуральные числа, не превосходящие 9. Найдите сумму всех корней всех этих уравнений. (Если число является корнем нескольких уравнений, посчитаем его столько же раз, корнем скольких уравнений оно является)

Ответ: 405

Задача 5. (2 балла)

1. Одна из сторон треугольника равна $10\sqrt{6} - 20$, а два его угла равны 30 и 45 градусам. Чему может быть равна наименьшая сторона треугольника? Найдите все возможные значения. В ответе укажите их сумму.

Ответ: 10

2. Одна из сторон треугольника равна $8\sqrt{6}-16$, а два его угла равны 30 и 45 градусам. Чему может быть равна наименьшая сторона треугольника? Найдите все возможные значения. В ответе укажите их сумму.

Ответ: 8

3. Одна из сторон треугольника равна $6\sqrt{6}-12$, а два его угла равны 30 и 45 градусам. Чему может быть равна наименьшая сторона треугольника? Найдите все возможные значения. В ответе укажите их сумму.

Ответ: 6

Задача 6. (3 балла)

1. Квадратное уравнение $x^2-10x+a$ имеет корни x_2 и x_4. Квадратное уравнение x^2-4x+b имеет корни x_1 и x_3. При это $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$. Чему может равняться суммарная длина промежутков, на которых выполняется неравенство $(x^2-10x+a)(x^2-4x+b) \leqslant 0$? Если возможных ответов несколько, укажите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 6

2. Квадратное уравнение x^2-5x+a имеет корни x_2 и x_4. Квадратное уравнение x^2+2x+b имеет корни x_1 и x_3. При это $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$. Чему может равняться суммарная длина промежутков, на которых выполняется неравенство $(x^2-5x+a)(x^2+2x+b) \leqslant 0$? Если возможных ответов несколько, укажите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 7

3. Квадратное уравнение x^2-3x+a имеет корни x_1 и x_3. Квадратное уравнение x^2-8x+b имеет корни x_2 и x_4. При это $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$. Чему может равняться суммарная длина промежутков, на которых выполняется неравенство $(x^2-3x+a)(x^2-8x+b) \leqslant 0$? Если возможных ответов несколько, укажите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 5

Задача 7. (3 балла)

1. Женя нарисовал на плоскости несколько различных прямых. Сколько Женя нарисовал прямых, если известно, что они разделили плоскость на 211 частей? В ответе укажите наименьшее и наибольшее возможные значения в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 20; 210 || 210; 20 || 20, 210 || 210, 20 || 20; 210; || 210; 20

2. Женя нарисовал на плоскости несколько различных прямых. Сколько Женя нарисовал прямых, если известно, что они разделили плоскость на 326 частей? В ответе укажите наименьшее и наибольшее возможные значения в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 25; 325 || 325; 25 || 25, 325 || 325, 25 || 25; 325; || 325; 25

3. Женя нарисовал на плоскости несколько различных прямых. Сколько Женя нарисовал прямых, если известно, что они разделили плоскость на 466 частей? В ответе укажите наименьшее и наибольшее возможные значения в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 30; 465 || 465; 30 || 30, 465 || 465, 30 || 30; 465; || 465; 30

Задача 8. (5 баллов)

1. Сколькими способами прямоугольник 3×20 можно разрезать на квадратики 2×2 и полоски 1×4 ?

Ответ: 571

2. Сколькими способами прямоугольник 3×24 можно разрезать га квадратики 2×2 и полоски 1×4 ?

Ответ: 2131

3. Сколькими способами прямоугольник 3×28 можно разрезать на квадратики 2×2 и полоски 1×4 ?

Ответ: 9573

Задача 9. (5 баллов)

1. Сколько существует попарно неравных прямоугольных треугольников с целочисленными сторонами у которых отношение площади к полупериметру равно 625?

Ответ: 5

2. Сколько существует попарно неравных прямоугольных треугольников с целочисленными сторонами у которых отношение площади к полупериметру равно 343?

Ответ: 4

3. Сколько существует попарно неравных прямоугольных треугольников с целочисленными сторонами у которых отношение площади к полупериметру равно 243?

Ответ: 6

Задача 10. (5 баллов)

1. Паук сплёл паутину, которая состоит из оси абсцисс, оси ординат, а так же следующих кривых: $y = x$, $y = -x$, $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 9$, $x^2 + y^2 = 16$. За день во все узлы попались мухи. Паук сидит в точке (0,0) и собирается съесть всех мух. Какое минимальное расстояние пройдет паук, пока не закончит есть?

Ответ не округляйте. Для записи числа π используйте русскую букву п или английскую p.

Примеры записи ответа:

3p+10

1.5п+7.5

Ответ: 5p+23 || 23+5p || 5п+23 || 23+5п || 5*p+23 || 23+5*p || 5*п+23 || 23+5*п || p*5+23 || п*5+23

2. Паук сплёл паутину, которая состоит из оси абсцисс, оси ординат, а так же следующих кривых: $y = x$, $y = -x$, $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 25$, $x^2 + y^2 = 49$. За день во все узлы попались мухи. Паук сидит в точке (0,0) и собирается съесть всех мух. Какое минимальное расстояние пройдет паук, пока не закончит есть?

Ответ не округляйте. Для записи числа π используйте русскую букву п или английскую p.

Примеры записи ответа:

3p+10

1.5п+7.5

Ответ: 9p+39 || 39+9p || 9п+39 || 39+9п || 9*p+39 || 39+9*p || 9*п+39 || 39+9*п || p*9+39 || п*9+39

3. Паук сплёл паутину, которая состоит из оси абсцисс, оси ординат, а так же следующих кривых: $y = x$, $y = -x$, $x^2 + y^2 = 9$, $x^2 + y^2 = 49$, $x^2 + y^2 = 81$. За день во все узлы попались мухи. Паук сидит в точке (0,0) и собирается съесть всех мух. Какое минимальное расстояние пройдет паук, пока не закончит есть?

Ответ не округляйте. Для записи числа π используйте русскую букву п или английскую p.

Примеры записи ответа:

3p+10

1.5п+7.5

Ответ: 12p+47 || 47+12p || 12п+47 || 47+12п || 12*p+47 || 47+12*p || 12*п+47 || 47+12*п || p*12+47 || п*12+47