

## 11 класс. I отборочный тур.

### Задача 1. (2 балла).

1. Многочлен четвёртой степени равен квадрату своей второй производной. Известно, что коэффициент при  $x^3$  в этом многочлене равен 2. Найдите коэффициент при  $x^2$ .

Ответ: 216

2. Многочлен четвёртой степени равен квадрату своей второй производной. Известно, что коэффициент при  $x^3$  в этом многочлене равен 3. Найдите коэффициент при  $x^2$ .

Ответ: 486

3. Многочлен четвёртой степени равен квадрату своей второй производной. Известно, что коэффициент при  $x^3$  в этом многочлене равен 5. Найдите коэффициент при  $x^2$ .

Ответ: 1350

### Примеры записи ответов:

45

### Задача 2. (2 балла).

1. На пол поставили кубик со стороной 1, рядом с ним кубик со стороной 2, рядом с ним кубик со стороной 3 и т.д. Оказалось, что объем получившейся лестницы равен 672400. Какое количество кубиков было поставлено?

Ответ: 40

2. На пол поставили кубик со стороной 1, рядом с ним кубик со стороной 2, рядом с ним кубик со стороной 3 и т.д. Оказалось, что объем получившейся лестницы равен 216225. Какое количество кубиков было поставлено?

Ответ: 30

3. На пол поставили кубик со стороной 1, рядом с ним кубик со стороной 2, рядом с ним кубик со стороной 3 и т.д. Оказалось, что объем получившейся лестницы равен 396900. Какое количество кубиков было поставлено?

Ответ: 35

### Примеры записи ответов:

45

### Задача 3. (2 балла)

1. ABCD — трапеция с основаниями  $AD = 14$  и  $BC = 10$ . Оказалось, что середины всех четырёх сторон трапеции лежат на одной окружности. Найдите её радиус.  
Если правильных ответов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 6.

2. ABCD — трапеция с основаниями  $AD = 20$  и  $BC = 12$ . Оказалось, что середины всех четырёх сторон трапеции лежат на одной окружности. Найдите её радиус.  
Если правильных ответов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 8.

3. ABCD — трапеция с основаниями  $AD = 6$  и  $BC = 10$ . Оказалось, что середины всех четырёх сторон трапеции лежат на одной окружности. Найдите её радиус.  
Если правильных ответов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 4.

**Примеры записи ответов:**

45

4; 5

**Задача 4. (3 балла).**

1. Дан равногранный тетраэдр, длины рёбер которого — целые числа. Два из этих рёбер имеют длины 7 и 10. Какое наибольшее значение может принимать периметр тетраэдра?

Ответ: 58.

2. Дан равногранный тетраэдр, длины рёбер которого — целые числа. Два из этих рёбер имеют длины 5 и 8. Какое наибольшее значение может принимать периметр тетраэдра?

Ответ: 44.

3. Дан равногранный тетраэдр, длины рёбер которого — целые числа. Два из этих рёбер имеют длины 9 и 11. Какое наибольшее значение может принимать периметр тетраэдра?

Ответ: 68.

**Примеры записи ответов:**

45

**Задача 5. (3 балла).**

1. Функция  $f(x)$  определена для  $x > 0$  и такова, что  $f(x) + f(y) = f(xy) (x+y)$ . Известно, что  $f(3) = 15$ . Найдите  $f(5)$ .

Ответ: 9

2. Функция  $f(x)$  определена для  $x > 0$  такова, что  $f(x) + f(y) = f(xy) (x+y)$ . Известно, что  $f(3) = 16$ . Найдите  $f(4)$ .

Ответ: 12

3. Функция  $f(x)$  определена для  $x > 0$  такова, что  $f(x) - f(y) = f(xy) (y-x)$ . Известно, что  $f(2) = 10$ . Найдите  $f(5)$ .

Ответ: 4.

**Примеры записи ответов:**

45

**Задача 6. (3 балла)**

1. Найдите все положительные решения системы уравнений.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5x_3^2 \\ x_2 + x_3 = 5x_4^2 \\ \dots \\ x_{2015} + x_{2016} = 5x_{2017}^2 \\ x_{2016} + x_{2017} = 5x_1^2 \\ x_{2017} + x_1 = 5x_2^2 \end{cases}$$

В ответе укажите значение  $x_1$ . Если правильных ответов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 0,4 || 0.4 || 2/5

2. Найдите все положительные решения системы уравнений.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0,5x_3^2 \\ x_2 + x_3 = 0,5x_4^2 \\ \dots \\ x_{2015} + x_{2016} = 0,5x_{2017}^2 \\ x_{2016} + x_{2017} = 0,5x_1^2 \\ x_{2017} + x_1 = 0,5x_2^2 \end{cases}$$

В ответе укажите значение  $x_1$ . Если правильных ответов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 4

3. Найдите все положительные решения системы уравнений.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4x_3^2 \\ x_2 + x_3 = 4x_4^2 \\ \dots \\ x_{2015} + x_{2016} = 4x_{2017}^2 \\ x_{2016} + x_{2017} = 4x_1^2 \\ x_{2017} + x_1 = 4x_2^2 \end{cases}$$

В ответе укажите значение  $x_1$ . Если правильных ответов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 0,5 || 0.5 || 1/2

**Примеры записи ответов:**

45

4,5

4/5

**Задача 7. (3 балла)**

1. Дан кубический многочлен  $p(x)$ . Известно, что  $p(4)=5$ ,  $p(0)=25$ ,  $p(-2) = -13$ ,  $p(6)=43$ . Кроме того, известно, что  $p(x) > 0$  при  $x > -1$ . Найдите площадь фигуры, ограничено прямыми  $x = -1$ ,  $y = 0$ ,  $x = 5$  и графиком данного многочлена.

Ответ: 90.

2. Дан кубический многочлен  $p(x)$ . Известно, что  $p(0)=46$ ,  $p(2)=40$ ,  $p(4)=10$ ,  $p(6)=4$ . Кроме того, известно, что  $p(x) > 0$  при  $x > 0$ . Найдите площадь фигуры, ограничено прямыми  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $x = 6$  и графиком данного многочлена.

Ответ: 150.

3. Дан кубический многочлен  $p(x)$ . Известно, что  $p(-6)=30$ ,  $p(-3)=45$ ,  $p(-1)=15$ ,  $p(2)=30$ . Найдите площадь фигуры, ограничено прямыми  $x = -6$ ,  $y = 0$ ,  $x = 2$  и графиком данного многочлена, если также известно, что на промежутке от  $-6$  до  $2$  данный многочлен принимает только положительные значения.

Ответ: 240.

**Примеры записи ответов:**

45

**Задача 8. (3 балла)**

1. Решите неравенство:  $\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{x-99} + \sqrt{x-100}} > 2$ .

Ответ запишите в виде промежутка. Например, промежуток  $(-1; 2]$  означает, что  $-1 < x \leq 2$ . Если граница промежутка «бесконечность», используйте букву Б.

Ответ: [100; 676)

2. Решите неравенство:  $\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{x+119} + \sqrt{x+120}} > 4$ .

Ответ запишите в виде промежутка. Например, промежуток  $(-1; 2]$  означает, что  $-1 < x \leq 2$ . Если граница промежутка «бесконечность», используйте букву Б.

Ответ: [0; 169)

3. Решите неравенство:  $\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{x-119} + \sqrt{x-120}} > 2$ .

Ответ запишите в виде промежутка. Например, промежуток  $(-1; 2]$  означает, что  $-1 < x \leq 2$ . Если граница промежутка «бесконечность», используйте букву Б.

Ответ: [120; 961)

**Примеры записи ответов:**

[-4; 5)

(-4; 5]

(-4; 5)

[-4; 5]

(-Б; Б)

**Задача 9. (3 балла)**

1. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  в два раза больше угла  $B$ .  $CC_1$  — биссектриса угла  $C$ ,  $D$  — точка пересечения описанной окружности треугольника  $ACC_1$  и стороны  $BC$ .  $BD = 8$ ,  $CD = 2$ . Найдите длину  $AB$ .

Если правильных ответов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 12.

2. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  в два раза больше угла  $B$ .  $CC_1$  — биссектриса угла  $C$ ,  $D$  — точка пересечения описанной окружности треугольника  $ACC_1$  и стороны  $BC$ .  $BD = 25$ ,  $CD = 14$ . Найдите длину  $AB$ .

Если правильных ответов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 40.

3. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  в два раза меньше угла  $B$ .  $BB_1$  — биссектриса угла  $B$ ,  $D$  — точка пересечения описанной окружности треугольника  $ABB_1$  и стороны  $AB$ .  $BD = 14$ ,  $CD = 18$ . Найдите длину  $AC$ .

Если правильных ответов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 30.

**Примеры записи ответов:**

45

**Задача 10. (5 баллов)**

1. Сколько существует способов разрезать горизонтальный прямоугольник  $2 \times 11$  на прямоугольники  $1 \times 2$  (горизонтальные и вертикальные) и  $1 \times 3$  (горизонтальные, так как вертикальные не помещаются)?

Ответ: 1030

2. Сколько существует способов разрезать горизонтальный прямоугольник  $2 \times 11$  на прямоугольники  $1 \times 2$  (горизонтальные и вертикальные) и  $1 \times 4$  (горизонтальные, так как вертикальные не помещаются)?

Ответ: 868

3. Сколько существует способов разрезать прямоугольник  $2 \times 8$  на прямоугольники  $1 \times 2$  (горизонтальные и вертикальные) и квадратики  $1 \times 1$ ?

Ответ: 7573

**Примеры записи ответов:**

4545