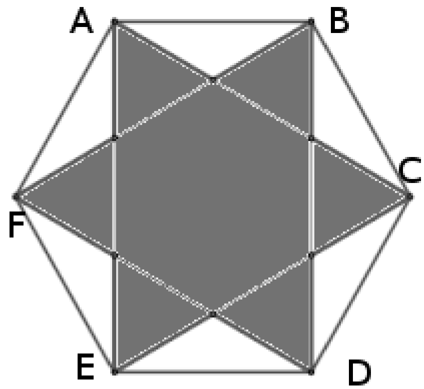
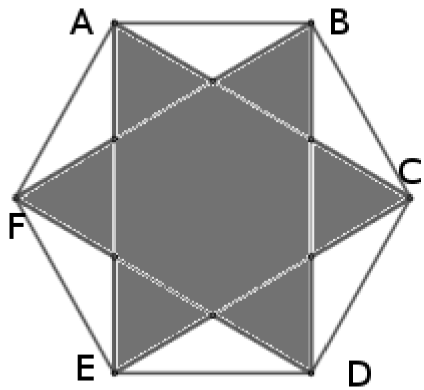
9 класс.

Задача 1. (2 балла)

1. Дан правильный шестиугольник ABCDEF, со стороной $2\sqrt[4]{75}$. Найдите площадь объединения треугольников ACE и BDF.

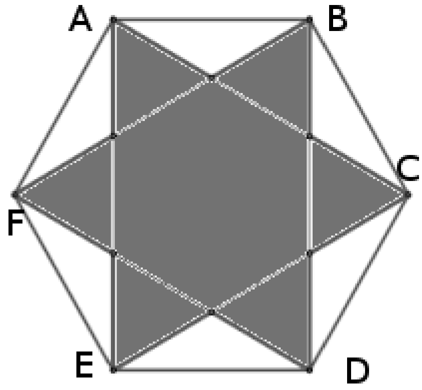


2. Дан правильный шестиугольник ABCDEF, со стороной $5\sqrt[4]{12}$. Найдите площадь объединения треугольников ACE и BDF.



3. Дан правильный шестиугольник ABCDEF, со стороной $10\sqrt[4]{27}$. Найдите площадь

объединения треугольников ACE и BDF.



<u>Примеры записи ответов:</u>

14

1/4

1,4

Задача 2. (2 балла)

1. Из 100 прямоугольных треугольников с катетами 1 и 2 составили прямоугольник. Какое наибольшее значение может принимать его периметр?

2. Из 50 прямоугольных треугольников с катетами 1 и 3 составили прямоугольник. Какое наибольшее значение может принимать его периметр?

3. Из 60 прямоугольных треугольников с катетами 2 и 3 составили прямоугольник. Какое наибольшее значение может принимать его периметр?

<u>Примеры записи ответов:</u>

14

1/4

1,4

Задача 3. (3 балла)

1. В квадратном трёхчлене поменяли местами первый и второй коэффициенты, после чего результат сложили с исходным трёхчленом. Получился третий квадратный трёхчлен, у которого оказался единственный корень. Чему он может быть равен? Если правильных ответов несколько, перечислите их через запятую или точку с запятой.

2. В квадратном трёхчлене поменяли местами первый коэффициент и свободный член, после чего результат сложили с исходным трёхчленом. Получился третий квадратный трёхчлен, у которого оказался единственный корень. Чему он может быть равен? Если правильных ответов несколько, перечислите их через запятую или точку с запятой.

3. В квадратном трёхчлене поменяли местами второй коэффициент и свободный член, после чего результат сложили с исходным трёхчленом. Получился третий квадратный трёхчлен, у которого оказался единственный корень. Чему он может быть равен? Если правильных ответов несколько, перечислите их через точку с запятой.

<u>Примеры записи ответов:</u>
14
1/4
0,25; 0,5

Задача 4. (3 балла)

1. Дан треугольник ABC: AK, BL – биссектрисы, M – точка их пересечения. Оказалось, что треугольник AMC – равнобедренный, один из углов которых равен 150 градусам. Найдите, чему может быть равен периметр треугольника ABC, если известно, что AL = $2\sqrt{3}-3$.

2. Дан треугольник ABC: AK, CL – биссектрисы, M – точка их пересечения. Оказалось, что треугольник AMB – равнобедренный, один из углов которых равен 135 градусам. Найдите, чему может быть равен периметр треугольника ABC, если известно, что AL = $3\sqrt{2}-3$.

3. Дан треугольник ABC: BK, CL – биссектрисы, M – точка их пересечения. Оказалось, что треугольник AMC – равнобедренный, один из углов которых равен 150 градусам. Найдите, чему может быть равен периметр треугольника ABC, если известно, что BK = $4-2\sqrt{3}$.

<u>Примеры записи ответов:</u>
14
1/4
0,25
Задача 5. (3 балла)

1. Найдите количество решений в натуральных числах уравнения $(x - 10)^2 - 15 = (y - 6)^2$.

2. Найдите количество решений в натуральных числах уравнения $(x - 6)^2 - 21 = (y - 3)^2$.

3. Найдите количество решений в натуральных числах уравнения $(x - 4)^2 - 35 = (y - 3)^2$.

Примеры записи ответов:
14

Задача 6. (3 балла)

1. В волшебной стране некоторые города соединены дорогами так, что из любого города можно попасть в любой другой город, возможно через какие-то ещё города. Никакие два города не соединены напрямую более чем одной дорогой.
Назовем дорогу особенной, если при ее закрытии из какого-то города нельзя будет доехать до какого-то другого. Известно, что в стране всего дорог 23, из которых 19 дорог особенные. Сколько городов может быть в стране? Если правильных ответов несколько, перечислите их через запятую или точку с запятой.

2. В сказочной стране некоторые города соединены дорогами так, что из любого города можно попасть в любой другой город, возможно через какие-то ещё города. Никакие два города не соединены напрямую более чем одной дорогой.
Назовем дорогу удивительной, если при ее закрытии из какого-то города нельзя будет доехать до какого-то другого. Известно, что в стране всего дорог 32, из которых 29 дорог удивительные. Сколько городов может быть в стране? Если правильных ответов несколько, перечислите их через запятую или точку с запятой.

3. В Стране Чудес некоторые города соединены дорогами так, что из любого города можно попасть в любой другой город, возможно через какие-то ещё города. Никакие два города не соединены напрямую более чем одной дорогой.
Назовем дорогу странной, если при ее закрытии из какого-то города нельзя будет доехать до какого-то другого. Известно, что в стране всего дорог 45, из которых 42 дороги странные. Сколько городов может быть в стране? Если правильных ответов несколько, перечислите их через запятую или точку с запятой.

Примеры записи ответов:
14

Задача 7. (3 балла)

1. Натуральные числа a и b таковы, что 2 НОК(a, b) + 3 НОД(a, b) = 100. Найдите наибольшее возможное значение числа a.

1. Натуральные числа a и b таковы, что 4 НОК(a, b) + 5 НОД(a, b) = 100. Найдите наибольшее возможное значение числа a.

1. Натуральные числа a и b таковы, что 5 НОК(a, b) + 2 НОД(a, b) = 120. Найдите наибольшее возможное значение числа a.

<u>Примеры записи ответов:</u>
14

Задача 8. (3 балла)

1. На съезде киллеров собрались 500 участников, каждый из них получил регистрационный номер от 1 до 500. К концу съезда оказалось, что все киллеры, кроме номера 1, убиты. Известно, что каждый киллер мог убивать только киллеров с большими номерами, причём количество его жертв не могло превышать его номера. Какое наименьшее количество киллеров могли участвовать в убийствах на съезде?

2. На съезде киллеров собрались 250 участников, каждый из них получил регистрационный номер от 1 до 250. К концу съезда оказалось, что все киллеры, кроме номера 1, убиты. Известно, что каждый киллер мог убивать только киллеров с большими номерами, причём количество его жертв не могло превышать его номера. Какое наименьшее количество киллеров могли участвовать в убийствах на съезде?

3. На съезде киллеров собрались 1000 участников, каждый из них получил регистрационный номер от 1 до 1000. К концу съезда оказалось, что все киллеры, кроме номера 1, убиты. Известно, что каждый киллер мог убивать только киллеров с большими номерами, причём количество его жертв не могло превышать его номера. Какое наименьшее количество киллеров могли участвовать в убийствах на съезде?

<u>Примеры записи ответов:</u>
5

Задача 9. (4 балла)

1. Натуральные числа $x_1, x_2, \ldots, x_9$ таковы, что $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\ldots+\frac{1}{x_9}=2$. Какое минимальное значения может принимать сумма этих чисел?

2. Натуральные числа $x_1, x_2, \ldots, x_{11}$ таковы, что $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\ldots+\frac{1}{x_{11}}=2$. Какое минимальное значения может принимать сумма этих чисел?

3. Натуральные числа $x_1, x_2, \ldots, x_{13}$ таковы, что $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\ldots+\frac{1}{x_{13}}=2$. Какое минимальное значения может принимать сумма этих чисел?

Примеры записи ответов:
14

Задача 10. (5 баллов)

1. На клетчатой доске 6х6 стоят фишки. Оказалось, что для каждого числа *n* от 0 до 7 есть фишка, в одном столбце и в одной строке с которой стоят в сумме ровно *n* фишек (не считая её самой). Какое минимальное количество фишек может стоять на доске?

2. На клетчатой доске 6х6 стоят фишки. Оказалось, что для каждого числа *n* от 1 до 9 есть фишка, в одном столбце и в одной строке с которой стоят в сумме ровно *n* фишек (не считая её самой). Какое минимальное количество фишек может стоять на доске?

3. На клетчатой доске 6х6 стоят фишки. Оказалось, что для каждого числа *n* от 2 до 10 есть фишка, в одном столбце и в одной строке с которой стоят в сумме ровно *n* фишек (не считая её самой). Какое минимальное количество фишек может стоять на доске?

Примеры записи ответов:
14