

8 класс

Задача 1. (2 балла)

1. Два равносторонних треугольника со сторонами 10 и 8 пересекаются, образуя шестиконечную звезду, при этом острые углы при пересечении любых двух сторон этих треугольников оказались равны углам исходных треугольников. Найдите периметр шестиугольника, образованного пересечением этих двух треугольников.
2. Два равносторонних треугольника со сторонами 10 и 11 пересекаются, образуя шестиконечную звезду, при этом острые углы при пересечении любых двух сторон этих треугольников оказались равны углам исходных треугольников. Найдите периметр шестиугольника, образованного пересечением этих двух треугольников.
3. Два равносторонних треугольника со сторонами 7 и 8 пересекаются, образуя шестиконечную звезду, при этом острые углы при пересечении любых двух сторон этих треугольников оказались равны углам исходных треугольников. Найдите периметр шестиугольника, образованного пересечением этих двух треугольников.

Примеры записи ответа:

1,7
1/7
17

Задача 2. (2 балла)

1 вариант: В таблице 10×10 раскрасили 18 клеток и в каждой вершине клетки, не лежащей на границе таблицы, написали количество закрасненных клеток, вершиной которых она является. Какая минимальная сумма могла получиться?

2 вариант: В таблице 9×9 раскрасили 25 клеток и в каждой вершине клетки, не лежащей на границе таблицы, написали количество закрашенных клеток, вершиной которых она является. Какая минимальная сумма могла получиться?

3 вариант: В таблице 11×11 раскрасили 32 клетки и в каждой вершине клетки, не лежащей на границе таблицы, написали количество закрашенных клеток, вершиной которых она является. Какая минимальная сумма могла получиться?

Примеры записи ответа:

17

Задача 3. (3 балла)

1. Из города А в город В выехали Женя, Коля и Антон с одинаковой скоростью. Через 40% пути Женя поехал не туда, и ему потребовалось x минут, чтобы снова выехать на нужную дорогу, уже в другом месте. До города В ему осталось еще 70% дороги, поэтому дальше он поехал со скоростью в три раза большей начальной. Когда Коля проехал в 6 раз больше, чем ему осталось, у него отвалилось колесо, и он вынужден был остановиться на 15 минут, после чего поехал со скоростью в два раза больше начальной. Чему равно x , если известно, что с Антоном ничего не приключилось и все три мальчика приехали в город В одновременно.

2. Из города А в город В выехали Женя, Коля и Антон с одинаковой скоростью. Через 65% пути Женя поехал не туда, и ему потребовалось x минут, чтобы снова выехать на нужную дорогу, уже в другом месте. До города В ему осталось еще 70% дороги, поэтому дальше он поехал со скоростью в три раза большей начальной. Когда Коля проехал в 7 раз больше, чем ему осталось, у него отвалилось колесо, и он вынужден был остановиться на 30 минут, после чего поехал со скоростью в два раза больше начальной. Чему равно x , если известно, что с Антоном ничего не приключилось и все три мальчика приехали в город В одновременно.

3. Из города А в город В выехали Женя, Коля и Антон с одинаковой скоростью. Через 55% пути Женя поехал не туда, и ему потребовалось x минут, чтобы снова выехать на нужную дорогу, уже в другом месте. До города В ему осталось еще 75% дороги, поэтому дальше он поехал со скоростью в три раза большей начальной. Когда Коля проехал в 5 раз больше, чем ему осталось, у него отвалилось колесо, и он вынужден был остановиться на 40 минут, после чего поехал со скоростью в два раза больше начальной. Чему равно x , если известно, что с Антоном ничего не приключилось и все три мальчика приехали в город В одновременно.

Примеры записи ответа:

17

Задача 4. (3 балла)

1. Дан выпуклый четырехугольник ABCD, лучи BA и CD пересекаются в точке P, лучи AD и BC – в точке Q. Известно, что угол PAD равен 120 градусам, угол APD равен 40 градусам. Найдите градусную меру угла ABC, если оказалось, что треугольники PAD и BDQ равны. Если правильных ответов несколько, запишите их через запятую или точку с запятой.

2. Дан выпуклый четырехугольник ABCD, точка P является точкой пересечения сторон AB и CD, тогда Q является пересечений сторон AD и BC. Известно, что угол PAD равен 130 градусам, угол APD равен 40 градусам. Найдите градусную меру угла ABC, если оказалось, что треугольники PAD и BDQ равны. Если правильных ответов несколько, запишите их через запятую или точку с запятой.

3 вариант: Дан выпуклый четырехугольник ABCD, точка P является точкой пересечения сторон AB и CD, тогда Q является пересечений сторон AD и BC. Известно, что угол PAD равен 110 градусам, угол APD равен 40 градусам. Найдите градусную меру угла ABC, если оказалось, что треугольники PAD и BDQ равны. Если правильных ответов несколько, запишите их через запятую или точку с запятой.

Задача 5. (3 балла)

1. На плоскости даны три точки A(1,2), B(600,601), C(800,1). Найдите количество целочисленных точек на сторонах треугольника ABC.

2. На плоскости даны три точки A(1,2), B(303,304), C(404,1). Найдите количество целочисленных точек на сторонах треугольника ABC.

3. На плоскости даны три точки A(1,2), B(450,451), C(600,1). Найдите количество целочисленных точек на сторонах треугольника ABC.

Примеры записи ответа:

17

Задача 6. (3 балла)

1. Четыре различных нечётных числа a, b, c, d , больших единицы, таковы, что $\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(c, d)$ и $\text{НОК}(a, b) = \text{НОК}(c, d)$. Какое наименьшее значение может принимать $a + b + c + d$?

2. Четыре различных числа a, b, c, d , больших единицы и не делящихся на 3, таковы, что $\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(c, d)$ и $\text{НОК}(a, b) = \text{НОК}(c, d)$. Какое наименьшее значение может принимать $a + b + c + d$?

3. Четыре различных числа a, b, c, d , больших единицы и не делящихся на 5, таковы, что $\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(c, d)$ и $\text{НОК}(a, b) = \text{НОК}(c, d)$. Какое наименьшее значение может принимать $a + b + c + d$?

Примеры записи ответа:

17

Задача 7. (3 балла)

1. К натуральному числу прибавили его удвоенную сумму цифр. Получилось 2016. Найдите наибольшее и наименьшее возможное значение исходного числа.

2. К натуральному числу прибавили его удвоенную сумму цифр. Получилось 3030. Найдите наибольшее и наименьшее возможное значение исходного числа.

3. К натуральному числу прибавили его удвоенную сумму цифр. Получилось 4023. Найдите наибольшее и наименьшее возможное значение исходного числа.

Примеры записи ответа:

1234; 5678

Задача 8. (3 балла)

1. За круглым столом сидели еноты, ежики и хомяки, всего 101 зверь. На вопрос: «Есть ли среди ваших соседей зверь того же вида, что и вы?», - все ответили «Нет.». Какое наибольшее количество ежей могло сидеть за столом, если известно, что хомяки и ежики всегда говорят правду, еноты почти всегда лгут (кроме случая, когда енот сидит между двумя енотами —

тогда он правду говорит), а хомяки услышали вопрос по-другому: «Ваши соседи — звери одного вида?»».

2. За круглым столом сидели еноты, ежики и хомяки, всего 122 зверя. На вопрос: «Есть ли среди ваших соседей зверь того же вида, что и вы?», - все ответили «Нет.». Какое наибольшее количество ежиков могло сидеть за столом, если известно, что хомяки и ежики всегда говорят правду, еноты почти всегда лгут (кроме случая, когда енот сидит между двумя енотами — тогда он правду говорит), а хомяки услышали вопрос по-другому: «Ваши соседи — звери одного вида?»».

3. За круглым столом сидели еноты, ежики и хомяки, всего 134 зверя. На вопрос: «Есть ли среди ваших соседей зверь того же вида, что и вы?», - все ответили «Нет.». Какое наибольшее количество ежиков могло сидеть за столом, если известно, что хомяки и ежики всегда говорят правду, еноты почти всегда лгут (кроме случая, когда енот сидит между двумя енотами — тогда он правду говорит), а хомяки услышали вопрос по-другому: «Ваши соседи — звери одного вида?»».

Примеры записи ответа:

17

Задача 9. (4 балла)

1. В компьютерной игре черепашка движется по заданной программе по клетчатому экрану компьютера, содержащему 5 столбиков и 7 строчек. Изначально она находится в левом нижнем углу экрана — на клетке, заданной координатами (0, 0). Если согласно программе черепашка должна выйти за пределы экрана, она появляется с другой стороны — например, сделав один шаг вверх с клетки (3, 6) черепашка окажется в клетке (3, 0). Где окажется черепашка после выполнения следующей программы:

1) 1 шаг вниз; 2) 2 шага вправо; 3) 3 шага вверх; 4) 4 шага влево; 5) 5 шагов вниз; 6) 6 шагов вправо; ... ; 2016) 2016 шагов влево; 2017) 2017 шагов вниз?

2. В компьютерной игре черепашка движется по заданной программе по клетчатому экрану компьютера, содержащему 11 столбиков и 5 строчек. Изначально она находится в левом нижнем углу экрана — на клетке, заданной координатами (0, 0). Если согласно программе черепашка должна выйти за пределы экрана, она появляется с другой стороны — например, сделав один шаг вверх с клетки (3, 4) черепашка окажется в клетке (3, 0). Где окажется черепашка после выполнения следующей программы:

1) 1 шаг вниз; 2) 2 шага вправо; 3) 3 шага вверх; 4) 4 шага влево; 5) 5 шагов вниз; 6) 6 шагов вправо; ... ; 2016) 2016 шагов влево; 2017) 2017 шагов вниз?

3. 1. В компьютерной игре черепашка движется по заданной программе по клетчатому экрану компьютера, содержащему 5 столбиков и 9 строчек. Изначально она находится в левом

нижнем углу экрана — на клетке, заданной координатами (0, 0). Если согласно программе черепашка должна выйти за пределы экрана, она появляется с другой стороны — например, сделав один шаг вверх с клетки (3, 8) черепашка окажется в клетке (3, 0). Где окажется черепашка после выполнения следующей программы:

1) 1 шаг вверх; 2) 2 шага вправо; 3) 3 шага вниз; 4) 4 шага влево; 5) 5 шагов вверх; 6) 6 шагов вправо; ... ; 2016) 2016 шагов влево; 2017) 2017 шагов вверх?

Примеры записи ответа:

(1; 7)

Задача 10. (5 баллов)

1. Дан куб и 11 красок. Найдите количество способов раскрасить грани этого куба с помощью этих красок (каждую грань — в один цвет) так, чтобы соседние грани были разных цветов. Раскраски, отличающиеся поворотом, считаются различными.

2. Дан куб и 10 красок. Найдите количество способов раскрасить грани этого куба с помощью этих красок (каждую грань — в один цвет) так, чтобы соседние грани были разных цветов. Раскраски, отличающиеся поворотом, считаются различными.

3. Дан куб и 12 красок. Найдите количество способов раскрасить грани этого куба с помощью этих красок (каждую грань — в один цвет) так, чтобы соседние грани были разных цветов. Раскраски, отличающиеся поворотом, считаются различными.

Примеры записи ответа:

1,7

1/7

17