

10 класс

Задача 1. (2 балла)

1. Для функции $f(x)$ выполняется условие $f(f(f(x))) + 2 f(f(x)) + 4 f(x) + 8x = 0$. Найдите $f(f(f(f(3))))$.

3. Для функции $f(x)$ выполняется условие $f(f(f(x))) - 2 f(f(x)) + 4 f(x) - 8x = 0$. Найдите $f(f(f(f(5))))$.

3. Для функции $f(x)$ выполняется условие $f(f(f(x))) + 3 f(f(x)) + 9 f(x) + 27x = 0$. Найдите $f(f(f(f(2))))$.

Примеры записи ответов:

14

1/4

-0,25

Задача 2. (2 балла)

1. В квадратном трёхчлене поменяли местами первый и второй коэффициенты, после чего результат сложили с исходным трёхчленом. Получился третий квадратный трёхчлен, у которого оказался единственный корень. Чему он может быть равен? Если правильных ответов несколько, перечислите их через запятую или точку с запятой.

2. В квадратном трёхчлене поменяли местами первый коэффициент и свободный член, после чего результат сложили с исходным трёхчленом. Получился третий квадратный трёхчлен, у которого оказался единственный корень. Чему он может быть равен? Если правильных

ответов несколько, перечислите их через запятую или точку с запятой.

3. В квадратном трёхчлене поменяли местами второй коэффициент и свободный член, после чего результат сложили с исходным трёхчленом. Получился третий квадратный трёхчлен, у которого оказался единственный корень. Чему он может быть равен? Если правильных ответов несколько, перечислите их через точку с запятой.

Примеры записи ответов:

14

1/4

0,25; 0,5

Задача 3. (2 балла)

1. Найдите количество решений в натуральных числах уравнения $(x - 10)^2 - 15 = (y - 6)^2$.

2. Найдите количество решений в натуральных числах уравнения $(x - 6)^2 - 21 = (y - 3)^2$.

3. Найдите количество решений в натуральных числах уравнения $(x - 4)^2 - 35 = (y - 3)^2$.

Примеры записи ответов:

14

Задача 4. (3 балла)

1. Дан параллелограмм ABCD со стороной AD=100. Окружность S_1 касается сторон AD и BC, а также стороны AB; окружность S_2 касается сторон AD и BC, а также окружности S_1 , окружность S_3 касается сторон AD и BC, а также окружности S_2 , и так далее, окружность S_{100} касается сторон AD и BC, окружности S_{99} , а также стороны CD.

Какое наибольшее значение может принимать площадь параллелограмма?

2. Дан параллелограмм ABCD со стороной AD=150. Окружность S_1 касается сторон AD и BC, а также стороны AB; окружность S_2 касается сторон AD и BC, а также окружности S_1 , окружность S_3 касается сторон AD и BC, а также окружности S_2 , и так далее, окружность S_{50} касается сторон AD и BC, окружности S_{49} , а также стороны CD.

Какое наибольшее значение может принимать площадь параллелограмма?

3. Дан параллелограмм ABCD со стороной AD=100. Окружность S_1 касается сторон AD и BC, а также стороны AB; окружность S_2 касается сторон AD и BC, а также окружности S_1 , окружность S_3 касается сторон AD и BC, а также окружности S_2 , и так далее, окружность S_{200} касается сторон AD и BC, окружности S_{199} , а также стороны CD.

Какое наибольшее значение может принимать площадь параллелограмма?

Примеры записи ответов:

14

1/4

0,25

Задача 5. (3 балла)

1. Натуральные числа x_1, x_2, \dots, x_9 таковы, что $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_9} = 2$. Какое минимальное значения может принимать сумма этих чисел?

2. Натуральные числа x_1, x_2, \dots, x_{11} таковы, что $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_{11}} = 2$. Какое минимальное значения может принимать сумма этих чисел?

3. Натуральные числа x_1, x_2, \dots, x_{13} таковы, что $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_{13}} = 2$. Какое минимальное значения может принимать сумма этих чисел?

Примеры записи ответов:

14

Задача 6. (3 балла)

1. На доске записаны числа от 1 до 1000. За один ход разрешается стереть какое-либо число n , а также ещё не более n чисел не меньших n . За какое наименьшее количество ходов можно стереть все числа?

1. На доске записаны числа от 1 до 500. За один ход разрешается стереть какое-либо число n ,

а также ещё не более n чисел не меньших n . За какое наименьшее количество ходов можно стереть все числа?

1. На доске записаны числа от 1 до 2000. За один ход разрешается стереть какое-либо число n , а также ещё не более n чисел не меньших n . За какое наименьшее количество ходов можно стереть все числа?

Примеры записи ответов:

5

Задача 7. (4 балла)

1. Последовательность a_n построена следующим образом: $a_0 = 4$, $a_{2n+1} = a_{2n} - 3$, $a_{2n} = -2a_{2n-1}$.
Найдите a_{100} .

Если для записи ответа потребуется операция возведения в степень, используйте символ «^»

2. Последовательность a_n построена следующим образом: $a_0 = 12$, $a_{2n+1} = a_{2n} - 2$, $a_{2n} = 3a_{2n-1}$.
Найдите a_{50} .

Если для записи ответа потребуется операция возведения в степень, используйте символ «^»

3. Последовательность a_n построена следующим образом: $a_0 = 10$, $a_{2n+1} = a_{2n} - 4$, $a_{2n} = 2a_{2n-1}$.
Найдите a_{101} .

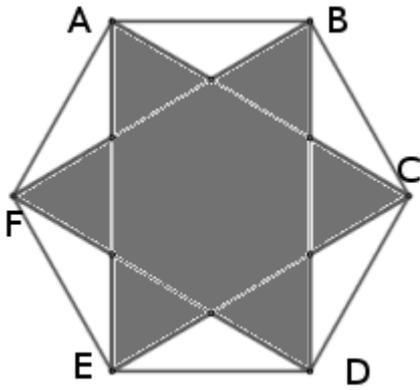
Если для записи ответа потребуется операция возведения в степень, используйте символ «^»

Примеры записи ответов:

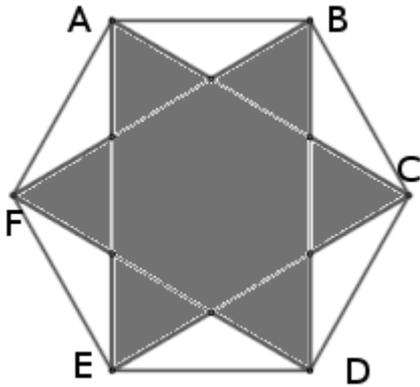
14000

$3^{100} - 7$

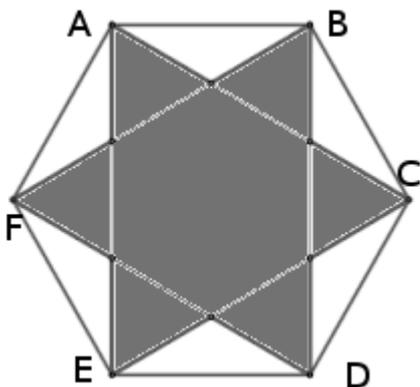
1. Дан выпуклый шестиугольник ABCDEF, такой, что $AB \parallel CF \parallel DE$, $BC \parallel AD \parallel EF$, $CD \parallel BE \parallel FA$ и $AB = DE = 13$, $BC = EF = 11$, $AC = 20$. Найдите площадь объединения треугольников ACE и BDF.



2. Дан выпуклый шестиугольник $ABCDEF$, такой, что $AB \parallel CF \parallel DE$, $BC \parallel AD \parallel EF$ и $CD \parallel BE \parallel FA$ и $BC = EF = 20$, $CD = AF = 19$, $BD = 37$. Найдите площадь объединения треугольников ACE и BDF .



3. Дан выпуклый шестиугольник $ABCDEF$, такой, что $AB \parallel CF \parallel DE$, $BC \parallel AD \parallel EF$ и $CD \parallel BE \parallel FA$ и $AB = DE = CD = AF = 13$, $BD = 24$. Найдите площадь объединения треугольников ACE и BDF .



Примеры записи ответов:

14
 $\frac{1}{4}$
 0,25

Задача 9. (4 балла)

1. В волшебной стране некоторые города соединены дорогами так, что из любого города можно попасть в любой другой город, возможно через какие-то ещё города. Никакие два города не соединены напрямую более чем одной дорогой.

Назовем дорогу особенной, если при ее закрытии из какого-то города нельзя будет доехать до какого-то другого. Известно, что в стране всего дорог 25, из которых 20 дорог особенные. Сколько городов может быть в стране? Если правильных ответов несколько, перечислите их через запятую или точку с запятой.

2. В сказочной стране некоторые города соединены дорогами так, что из любого города можно попасть в любой другой город, возможно через какие-то ещё города. Никакие два города не соединены напрямую более чем одной дорогой.

Назовем дорогу удивительной, если при ее закрытии из какого-то города нельзя будет доехать до какого-то другого. Известно, что в стране всего дорог 30, из которых 25 дорог удивительные. Сколько городов может быть в стране? Если правильных ответов несколько, перечислите их через запятую или точку с запятой.

3. В Стране Чудес некоторые города соединены дорогами так, что из любого города можно попасть в любой другой город, возможно через какие-то ещё города. Никакие два города не соединены напрямую более чем одной дорогой.

Назовем дорогу странной, если при ее закрытии из какого-то города нельзя будет доехать до какого-то другого. Известно, что в стране всего дорог 50, из которых 45 дорог странные. Сколько городов может быть в стране? Если правильных ответов несколько, перечислите их через запятую или точку с запятой.

Примеры записи ответов:

14

14, 15

14; 15

Задача 10. (4 балла)

1. На клетчатой доске 6×6 стоят фишки. Оказалось, что для каждого числа n от 0 до 7 есть фишка, в одном столбце и в одной строке с которой стоят в сумме ровно n фишек (не считая её самой). Какое максимальное количество фишек может стоять на доске?

2. На клетчатой доске 6×6 стоят фишки. Оказалось, что для каждого числа n от 1 до 9 есть фишка, в одном столбце и в одной строке с которой стоят в сумме ровно n фишек (не считая её самой). Какое максимальное количество фишек может стоять на доске?

3. На клетчатой доске 6×6 стоят фишки. Оказалось, что для каждого числа n от 2 до 10 есть фишка, в одном столбце и в одной строке с которой стоят в сумме ровно n фишек (не считая

её самой). Какое максимальное количество фишек может стоять на доске?

Примеры записи ответов:

14