2. Натуральные числа $x_1, x_2, \ldots, x_{11}$ таковы, что $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\ldots+\frac{1}{x_{11}}=2$. Какое минимальное значения может принимать сумма этих чисел?

Ответ: 61

3. Натуральные числа $x_1, x_2, \ldots, x_{13}$ таковы, что $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\ldots+\frac{1}{x_{13}}=2$. Какое минимальное значения может принимать сумма этих чисел?

Ответ: 85

Примеры записи ответов:
14

Задача 10. (5 баллов)

1. На клетчатой доске 6x6 стоят фишки. Оказалось, что для каждого числа *n* от 0 до 7 есть фишка, в одном столбце и в одной строке с которой стоят в сумме ровно *n* фишек (не считая её самой). Какое минимальное количество фишек может стоять на доске?

Ответ: 13

2. На клетчатой доске 6x6 стоят фишки. Оказалось, что для каждого числа *n* от 1 до 9 есть фишка, в одном столбце и в одной строке с которой стоят в сумме ровно *n* фишек (не считая её самой). Какое минимальное количество фишек может стоять на доске?

Ответ: 18

3. На клетчатой доске 6x6 стоят фишки. Оказалось, что для каждого числа *n* от 2 до 10 есть фишка, в одном столбце и в одной строке с которой стоят в сумме ровно *n* фишек (не считая её самой). Какое минимальное количество фишек может стоять на доске?

Ответ: 19

Примеры записи ответов:
14

8 класс.

Задача 1. (2 балла)

1. Между городами А и Б ходят три автобуса: обычный, останавливающийся в городах В, Г и Д (именно в таком порядке); скоростной, который останавливается только в городе Г и экспресс, который нигде по дороге не останавливается.
Все автобусы едут по разным дорогам, с постоянной скоростью, и проезжают между любыми двумя остановками за целое число часов. Участки дорог между остановками прямые. Обычный автобус проезжает от А до Б за 22 часа (без учёта времени, потраченного на остановки). Какое наибольшее время (в часах) может занимать путь экспресса от А до Б?

Ответ: 19

2. Между городами А и Б ходят три автобуса: обычный, останавливающийся в городах В, Г и Д (именно в таком порядке); скоростной, который останавливается только в городе Г и экспресс, который нигде по дороге не останавливается.
Все автобусы едут по разным дорогам, с постоянной скоростью, и проезжают между любыми двумя остановками за целое число часов. Участки дорог между остановками прямые.
Обычный автобус проезжает от А до Б за 21 час (без учёта времени, потраченного на остановки). Какое наибольшее время (в часах) может занимать путь экспресса от А до Б?

Ответ: 18

3. Между городами А и Б ходят три автобуса: обычный, останавливающийся в городах В, Г и Д (именно в таком порядке); скоростной, который останавливается только в городе Г и экспресс, который нигде по дороге не останавливается.
Все автобусы едут по разным дорогам, с постоянной скоростью, и проезжают между любыми двумя остановками за целое число часов. Участки дорог между остановками прямые.
Обычный автобус проезжает от А до Б за 20 часов (без учёта времени, потраченного на остановки). Какое наибольшее время (в часах) может занимать путь экспресса от А до Б?

Ответ: 17

Примеры записи ответов:
14

Задача 2. (2 балла)

1. Найдите количество решений уравнения $xy+2x+13y=4$ в целых числах (т. е. количество пар целых чисел (x, y) которые удовлетворяют данному равенству).

Ответ: 16

2. Найдите количество решений уравнения $xy+3x+11y=3$ в целых числах (т. е. количество пар целых чисел (x, y) которые удовлетворяют данному равенству).

Ответ: 18

3. Найдите количество решений уравнения $xy+5x+7y=29$ в целых числах (т. е. количество пар целых чисел (x, y) которые удовлетворяют данному равенству).

Ответ: 14

Примеры записи ответов:
14

Задача 3. (2 балла)

1. Дан прямоугольник ABCD. Длина стороны BC в полтора раза больше длины стороны AB. Точка M — середина стороны AB. Точка K на стороне AD такова, что DK = BM. Точка L — пересечение прямой CK и серединного перпендикуляра к отрезку AK. Известно, что MK = 5.

Найдите длину отрезка CL.

Ответ: 10

2. Дан прямоугольник ABCD. Длина стороны AD в полтора раза больше длины стороны AB. Точка M — середина стороны CD. Точка N на стороне BC такова, что BN = DM. Точка K — пересечение прямой AN и серединного перпендикуляра к отрезку CN. Известно, что MN = 6. Найдите длину отрезка AK.

Ответ: 12

3. Дан прямоугольник ABCD. Длина стороны BC в полтора раза меньше длины стороны AB. Точка K — середина стороны AD. Точка L на стороне CD такова, что CL = AK. Точка M — пересечение прямой BL и серединного перпендикуляра к отрезку DL. Известно, что KL = 4. Найдите длину отрезка BM.

Ответ: 8

Примеры записи ответов:
14
0,5

Задача 4. (3 балла)

1. В волшебной стране некоторые города соединены дорогами так, что из любого города можно попасть в любой другой город, возможно через какие-то ещё города. Никакие два города не соединены напрямую более чем одной дорогой.
Назовем дорогу особенной, если при ее закрытии из какого-то города нельзя будет доехать до какого-то другого. Известно, что в стране всего дорог 23, из которых 19 дорог особенные. Сколько городов может быть в стране? Если правильных ответов несколько, перечислите их через запятую или точку с запятой.

Ответ: 23

2. В сказочной стране некоторые города соединены дорогами так, что из любого города можно попасть в любой другой город, возможно через какие-то ещё города. Никакие два города не соединены напрямую более чем одной дорогой.
Назовем дорогу удивительной, если при ее закрытии из какого-то города нельзя будет доехать до какого-то другого. Известно, что в стране всего дорог 32, из которых 29 дорог удивительные. Сколько городов может быть в стране? Если правильных ответов несколько, перечислите их через запятую или точку с запятой.

Ответ: 32

3. В Стране Чудес некоторые города соединены дорогами так, что из любого города можно попасть в любой другой город, возможно через какие-то ещё города.Никакие два города не соединены напрямую более чем одной дорогой.
Назовем дорогу странной, если при ее закрытии из какого-то города нельзя будет доехать до какого-то другого. Известно, что в стране всего дорог 45, из которых 42 дороги странные. Сколько городов может быть в стране? Если правильных ответов несколько, перечислите их через запятую или точку с запятой.

Ответ: 45.

Примеры записи ответов:
14

Задача 5. (3 балла)

1. Из 100 прямоугольных треугольников с катетами 1 и 2 составили прямоугольник. Какое наибольшее значение может принимать его периметр?

Ответ: 202

2. Из 50 прямоугольных треугольников с катетами 1 и 3 составили прямоугольник. Какое наибольшее значение может принимать его периметр?

Ответ: 152

3. Из 60 прямоугольных треугольников с катетами 2 и 3 составили прямоугольник. Какое наибольшее значение может принимать его периметр?

Ответ: 184

Примеры записи ответов:
14
0,5

Задача 6. (3 балла)

1. В часовой мастерской некоторое количество электронных часов (больше, чем одни), показывающих время в 24-часовом формате. Все они идут с одинаковой скоростью, но показывают абсолютно разное время: число часов на экране любых двух различных часов различно, число минут тоже.
Однажды мастер сложил количество часов на экранах всех имеющихся часов, затем сложил количество минут на экранах всех имеющихся часов и запомнил два получившихся числа. Спустя некоторое время он сделал то же самое ещё раз и обнаружил, что и суммарное количество часов, и суммарное количество минут уменьшились на 1. Какое наименьшее количество электронных часов могло быть в мастерской?

Ответ: 7

2. В часовой мастерской некоторое количество электронных часов (больше, чем одни), показывающих время в 24-часовом формате. Все они идут с одинаковой скоростью, но показывают абсолютно разное время: число часов на экране любых двух различных часов различно, число минут тоже.
Однажды мастер сложил количество часов на экранах всех имеющихся часов, затем сложил количество минут на экранах всех имеющихся часов и запомнил два получившихся числа. Спустя некоторое время он сделал то же самое ещё раз и обнаружил, что и суммарное количество часов, и суммарное количество минут уменьшились на 1. Какое наибольшее количество электронных часов могло быть в мастерской?

Ответ: 23

3. В часовой мастерской некоторое количество электронных часов (больше, чем одни), показывающих время в 12-часовом формате (число часов на экране часов меняется от 1 до 12) . Все они идут с одинаковой скоростью, но показывают абсолютно разное время: число часов на экране любых двух различных часов различно, число минут тоже.
Однажды мастер сложил количество часов на экранах всех имеющихся часов, затем сложил количество минут на экранах всех имеющихся часов и запомнил два получившихся числа. Спустя некоторое время он сделал то же самое ещё раз и обнаружил, что и суммарное количество часов, и суммарное количество минут уменьшились на 1. Какое наибольшее количество электронных часов могло быть в мастерской?

Ответ: 11

Примеры записи ответов:
14

Задача 7. (3 балла)

1. Клетчатая таблица 7x7 заполнена неотрицательными числами. Известно, что в каждой (вертикальной или горизонтальной) полоске 1x3 сумма чисел равна 12. Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел во всей таблице?

Ответ: 204

2. Клетчатая таблица 13x13 заполнена неотрицательными числами. Известно, что в каждой (вертикальной или горизонтальной) полоске 1x3 сумма чисел равна 10. Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел во всей таблице?

Ответ: 570

3. Клетчатая таблица 10x10 заполнена неотрицательными числами. Известно, что в каждой (вертикальной или горизонтальной) полоске 1x3 сумма чисел равна 9. Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел во всей таблице?

Ответ: 306

Примеры записи ответов:
14

Задача 8. (3 балла)

1. На горке 6 девочек катаются паровозиком. Сколькими различными способами они могут съехать, если две девочки поссорились и не хотят сидеть рядом друг с другом?

Ответ:480

2. На горке 4 девочки и 2 мальчика катаются паровозиком. Сколькими различными способами они могут съехать, если одна из девочек очень стесняется сидеть между двумя мальчиками?

Ответ: 672

3. На горке 6 детей катаются паровозиком. Сколькими различными способами они могут съехать, если один из детей со странностями и считает, что ему ехать на четных местах противопоказано.

Ответ: 360

Примеры записи ответов:
14

Задача 9. (3 балла)

1. ABCD — параллелограмм площади 120. M — точка пересечения его диагоналей, K — точка на стороне AD такая, что AD=3 AK. Найдите площадь треугольника BMK.

Ответ: 20

2. ABCD — параллелограмм площади 360. M — точка пересечения его диагоналей, K — точка на стороне AD такая, что AD=3 AK, L — точка на стороне CD такая, что CD=3 CK. Найдите площадь треугольника KLM.

Ответ: 40

3. ABCD — параллелограмм площади 120. K — середина стороны AD, L — середина CD. Найдите площадь треугольника BKL.

Ответ: 45

Примеры записи ответов:
14

Задача 10. (4 балла)

1. Натуральные числа a и b таковы, что 2 НОК(a, b) + 3 НОД(a, b) = 100. Найдите наибольшее возможное значение числа a.

Ответ: 44

1. Натуральные числа a и b таковы, что 4 НОК(a, b) + 5 НОД(a, b) = 100. Найдите наибольшее возможное значение числа a.

Ответ: 20

1. Натуральные числа a и b таковы, что 5 НОК(a, b) + 2 НОД(a, b) = 120. Найдите наибольшее возможное значение числа a.

Ответ: 20

Примеры записи ответов:
14