Примеры записи ответов:
17
-1,7
1/7

10 класс

Задача 1. (1 балл)

1. Какое наибольшее значение может принимать сумма
$\sin^2 a + \sin^2(a+45^o) + \sin^2(a+90^o) + \ldots + \sin^2(a+315^o)$?

Ответ: 4

2. Какое наибольшее значение может принимать сумма
$\sin^2 a + \sin^2(a+30^o) + \sin^2(a+60^o) + \ldots + \sin^2(a+330^o)$?

Ответ: 6

3. Какое наибольшее значение может принимать сумма
$\sin^2 a + \sin^2(a+60^o) + \sin^2(a+120^o) + \ldots + \sin^2(a+300^o)$?

Ответ: 3

Примеры записи ответа:
1,7
1/7
17

Задача 2. (3 балла)

1. Все семизначные числа, состоящие из различных цифр от 1 до 7, выписали в порядке возрастания. Каким по счёту идёт число 5143276?

Ответ: 2936

2. Все семизначные числа, состоящие из различных цифр от 1 до 7, выписали в порядке возрастания. Каким по счёту идёт число 2376154?

Ответ: 956

3. Все семизначные числа, состоящие из различных цифр от 1 до 7, выписали в порядке возрастания. Каким по счёту идёт число 3241765?

Ответ: 1590

Примеры записи ответа:
1,7

Задача 3. (3 балла)

1. Какое целое число можно записать в виде $\sqrt{6-\sqrt{6-\sqrt{6-\dots}}}$ (количество корней бесконечно).

Ответ: 2

2. Какое целое число можно записать в виде $\sqrt{4+3\sqrt{4+3\sqrt{4+\dots}}}$ (количество корней бесконечно).

Ответ: 4

3. Какое целое число можно записать в виде $\sqrt{12-\sqrt{12-\sqrt{12-\dots}}}$ (количество корней бесконечно).

Ответ: 3

<u>Примеры записи ответа:</u>
1,7

Задача 4. (3 балла)

1. Функция $f(x)$ принимает каждое значение не более двух раз. Кроме того, для любого ненулевого x выполняется равенство $f(x)+f(1-x)+f(\frac{1}{x})=10$. Найдите такое x, не равное $\frac{4}{7}$, что $f(x)=f(\frac{4}{7})$. Если такого x не существует, напишите «нет».

Ответ: -4/3

2. Функция $f(x)$ принимает каждое значение не более двух раз. Кроме того, для любого ненулевого x выполняется равенство $f(x)+f(1-x)+f(\frac{1}{x})=5$. Найдите такое x, не равное $\frac{3}{8}$, что $f(x)=f(\frac{3}{8})$. Если такого x не существует, напишите «нет».

Ответ: -3/5 || -0,6

3. Функция $f(x)$ принимает каждое значение не более двух раз. Кроме того, для любого ненулевого x выполняется равенство $f(x)+f(1-x)+f(\frac{1}{x})=6$. Найдите такое x, не равное $\frac{5}{7}$, что $f(x)=f(\frac{5}{7})$. Если такого x не существует, напишите «нет».

Ответ: -2,5 || -5/2

<u>Примеры записи ответа:</u>
1,7
1/7
-17

Задача 5. (3 балла)

1. На единичном кубе вдоль каждого ребра и каждой диагонали каждой грани провели вектор в одну из двух возможных сторон , всего 24 штуки. Какое наибольшее значение может принимать квадрат суммы этих векторов?

Ответ: 224

2. На единичном кубе вдоль каждого ребра и каждой из четырёх диагоналей куба провели вектор в одну из двух возможных сторон, всего 16 штук. Какое наибольшее значение может принимать квадрат суммы этих векторов?

Ответ: 108

3. На единичном кубе вдоль каждого ребра провели вектор в одну из двух возможных сторон. На каждой грани выбрали одну диагональ и вдоль неё также провели вектор в одну из двух возможных сторон, причём проведённые 6 диагоналей оказались не параллельны. Всего получилось 18 векторов. Какое наибольшее значение может принимать квадрат суммы этих векторов?

Ответ: 116

<u>Примеры записи ответа:</u>
1,7
1/7
17

Задача 6. (3 балла)

1. В клетчатой таблице 9x9 стоят числа таким образом, что в числа в каждой строчке и в каждом столбце образуют арифметическую прогрессию в том порядке, в котором они там написаны. Таблица раскрашена в два цвета в шахматном порядке. На угловых белых клетках таблицы стоят числа 1, 3, 5 и 9. Найдите сумму чисел на чёрных клетках таблицы.

Ответ: 180

2. В клетчатой таблице 11x11 стоят числа таким образом, что в числа в каждой строчке и в каждом столбце образуют арифметическую прогрессию в том порядке, в котором они там написаны. Таблица раскрашена в два цвета в шахматном порядке. На угловых белых клетках таблицы стоят числа 1, 2, 4 и 7. Найдите сумму чисел на чёрных клетках таблицы.

Ответ: 210

1. В клетчатой таблице 13x13 стоят числа таким образом, что в числа в каждой строчке и в каждом столбце образуют арифметическую прогрессию в том порядке, в котором они там написаны. Таблица раскрашена в два цвета в шахматном порядке. На угловых белых клетках таблицы стоят числа 1, 2, 3 и 6. Найдите сумму чисел на чёрных клетках таблицы.

Ответ: 252

<u>Примеры записи ответа:</u>
1,7

1/7
-17

Задача 7. (3 балла)

1. Окружность радиуса 60 касается трёх сторон четырёхугольника ABCD: стороны AB в точке A, стороны CD в точке D и стороны BC в точке X. Оказалось, что BX = 30, CX = 20. Найдите площадь четырёхугольника.

Ответ: 1200

2. Окружность радиуса 60 касается трёх сторон четырёхугольника ABCD: стороны AB в точке A, стороны CD в точке D и стороны BC в точке X. Оказалось, что BX = 45, CX = 30. Найдите площадь четырёхугольника.

Ответ: 3060

3. Окружность радиуса 60 касается трёх сторон четырёхугольника ABCD: стороны AB в точке A, стороны CD в точке D и стороны BC в точке X. Оказалось, что BX = 20, CX = 45. Найдите площадь четырёхугольника.

Ответ: 2215,2

<u>Примеры записи ответа:</u>
1,7
1/7
17

Задача 8. (3 балла)

1. В американской деревне жили бледнолицые, чернокожие и индейцы, всего 61 человек. На Хэллоуин каждый индеец подарил тыкву каждому чернокожему, каждый чернокожий подарил тыкву каждому бледнолицему, каждый бледнолицый подарил тыкву каждому индейцу. Какое наибольшее количество тыкв могло быть подарено?

Ответ: 1240

2. В школе было три класса: математический, гуманитарный и общеобразовательный, всего 91 человек. На Новый Год каждый ученик математического класса послал открытку каждому ученику гуманитарного, каждый ученик гуманитарного класса послал открытку каждому ученику общеобразовательного, каждый ученик общеобразовательного класса послал открытку каждому ученику математического. Какое наибольшее количество открыток могло быть послано?

Ответ: 2760

3. На рок-фестивале встретились вокалисты, гитаристы и ударники, всего 121 человек. Каждый вокалист дал подзатыльник каждому гитаристу, каждый гитарист — каждому ударнику, а каждый ударник — каждому вокалисту. Какое наибольше количество подзатыльников могло быть получено участниками фестиваля?

Ответ: 4880.

Примеры записи ответа:
17

Задача 9. (3 балла)

1. 239-угольник вписан в окружность с диаметром $XY = 2$ и имеет ось симметрии, перпендикулярную этому диаметру. Найдите сумму квадратов расстояний от вершин 239-угольника до точки X.

Ответ: 478

2. 57-угольник вписан в окружность с диаметром $XY = 4$ и имеет ось симметрии, перпендикулярную этому диаметру. Найдите сумму квадратов расстояний от вершин 57-угольника до точки X.

Ответ: 456

3. 101-угольник вписан в окружность с диаметром $XY = 6$ и имеет ось симметрии, перпендикулярную этому диаметру. Найдите сумму квадратов расстояний от вершин 101-угольника до точки X.

Ответ: 1818

Примеры записи ответа:
1,7
1/7
17

Задача 10. (5 баллов)

1. По кругу были написаны 200 (не обязательно целых) чисел от 10 до 10000 включительно. От каждого числа взяли логарифм по основанию следующего за ним по часовой стрелке, после чего все полученные логарифмы сложили. Какое наибольшее значение может принимать сумма этих логарифмов?

Ответ: 425

2. По кругу были написаны 300 (не обязательно целых) чисел от 10 до 1000 включительно. От каждого числа взяли логарифм по основанию следующего за ним по часовой стрелке, после чего все полученные логарифмы сложили. Какое наибольшее значение может принимать сумма этих логарифмов?

Ответ: 500

3. По кругу были написаны 300 (не обязательно целых) чисел от 20 до 400 включительно. От каждого числа взяли логарифм по основанию следующего за ним по часовой стрелке, после чего все полученные логарифмы сложили. Какое наибольшее значение может принимать сумма этих логарифмов?

Ответ: 375

Примеры записи ответа:
1,7
1/7
17

9 класс

Задача 1. (2 балла)

1. На плоскости даны три точки A(1,2), B(600,601), C(800,1). Найдите количество целочисленных точек на сторонах треугольника ABC.

Ответ: 800

2. На плоскости даны три точки A(1,2), B(303,304), C(404,1). Найдите количество целочисленных точек на сторонах треугольника ABC.

Ответ: 404

3. На плоскости даны три точки A(1,2), B(450,451), C(600,1). Найдите количество целочисленных точек на сторонах треугольника ABC.

Ответ: 600

Примеры записи ответа:
17

Задача 2. (2 балла)

1. Четыре различных нечётных числа a, b, c, d, больших единицы, таковы, что НОД(a, b) = НОД(c, d) и НОК(a, b) = НОК(c, d). Какое наименьшее значение может принимать $a + b + c + d$?

Ответ: 48

2. Четыре различных числа a, b, c, d, больших единицы и не делящихся на 3, таковы, что НОД(a, b) = НОД(c, d) и НОК(a, b) = НОК(c, d). Какое наименьшее значение может принимать $a + b + c + d$?

Ответ: 36

3. Четыре различных числа a, b, c, d, больших единицы и не делящихся на 5, таковы, что НОД(a, b) = НОД(c, d) и НОК(a, b) = НОК(c, d). Какое наименьшее значение может принимать $a + b + c + d$?

Ответ: 24

Примеры записи ответа:
17

Задача 3. (3 балла)