9 класс

Задача 1. (2 балла)

1. Точка O — центр некоторой окружности, A — точка вне окружности, B — точка на окружности такая, что AB — касательная. AO = 10. Найдите наибольшее возможное значение площади треугольника AOB.

Ответ: 25.

2. Точка O — центр некоторой окружности, A — точка вне окружности, B — точка на окружности такая, что AB — касательная. AO = 20. Найдите наибольшее возможное значение площади треугольника AOB.

Ответ: 100.

3. Точка O — центр некоторой окружности, A — точка вне окружности, B — точка на окружности такая, что AB — касательная. AO = 6. Найдите наибольшее возможное значение площади треугольника AOB.

Ответ: 9.

Примеры записи ответов:
17
1/7
1,7

Задача 2. (2 балла)

1. На плоскости даны точки A(-4,2), B(-1,3), C(2,1), D(0,-3), E(-4,-2). Чему равна площадь фигуры ABCDE?

Ответ: 25,5 || 51/2

2. На плоскости даны точки A(-3,2), B(0,4), C(3,2), D(2,-2), E(-2,-1). Чему равна площадь фигуры ABCDE?

Ответ: 23,5 || 47/2

3. На плоскости даны точки A(-4,0), B(-1,3), C(2,2), D(1,0), E(-3,-3). Чему равна площадь фигуры ABCDE?

Ответ: 18,5 || 37/2

Примеры записи ответов:
17
1/7
1,7

Задача 3. (2 балла)

1. Пятизначное число АБВГД, состоящее из различных цифр, делится как на трёхзначное число ВГД, так и на двузначное числе АБ. Найдите наибольшее возможное значение АБВГД.

Ответ: 97485

2. Чётное пятизначное число АБВГД, состоящее из различных цифр, делится как на трёхзначное число ВГД, так и на двузначное числе АБ. Найдите наибольшее возможное значение АБВГД.

Ответ: 96480

3. Пятизначное число АБВГД, состоящее из различных цифр, делится как на трёхзначное число ВГД, так и на двузначное числе АБ. Найдите наименьшее возможное значение АБВГД.

Ответ: 12480

Примеры записи ответов:
12345

Задача 4. (3 балла)

1. На Загадочном Острове прошёл турнир по настольному теннису в один круг (т. е. каждый сыграл с каждым один раз). После каждой игры оба участника по отдельности подходили к Главному Судье и сообщали ему результат. При этом среди участников были люди только трёх видов: рыцари, всегда говорящие правду, лжецы, которые всегда лгут, и политики, которые всегда говорят то, что им выгодно — каждый политик после каждой игры утверждал, что он выиграл.
После турнира оказалось, что Главный Судья инкогнито посетил несколько игр, в результате чего ему повезло, и он не только смог вычислить результаты всех матчей, но и узнать, что политиков было ровно четверо. Какое наименьшее количество игр он мог посетить?
(Ничьих в настольном теннисе не бывает. Главный Судья заранее не знал, кто из игроков к какому типу принадлежит, и не получал информацию никакими другими способами, кроме описанных в условии)

Ответ: 7

2. На Сказочном Острове прошёл турнир по настольному теннису в один круг (т. е. каждый сыграл с каждым один раз). После каждой игры оба участника по отдельности подходили к Главному Судье и сообщали ему результат. При этом среди участников были люди только трёх видов: рыцари, всегда говорящие правду, лжецы, которые всегда лгут, и политики, которые всегда говорят то, что им выгодно — каждый политик после каждой игры утверждал, что он выиграл.
После турнира оказалось, что Главный Судья инкогнито посетил несколько игр, в результате чего ему повезло, и он не только смог вычислить результаты всех матчей, но и узнать, что политиков было ровно пятеро. Какое наименьшее количество игр он мог посетить?
(Ничьих в настольном теннисе не бывает. Главный Судья заранее не знал, кто из игроков к какому типу принадлежит, и не получал информацию никакими другими способами, кроме описанных в условии)

Ответ: 11

1. Острове Невезения прошёл турнир по настольному теннису в один круг (т. е. каждый сыграл с каждым один раз). После каждой игры оба участника по отдельности подходили к Главному Судье и сообщали ему результат. При этом среди участников были люди только трёх видов: рыцари, всегда говорящие правду, лжецы, которые всегда лгут, и политики, которые всегда говорят то, что им выгодно — каждый политик после каждой игры утверждал, что он выиграл.
После турнира оказалось, что Главный Судья инкогнито посетил несколько игр, в результате чего ему повезло, и он не только смог вычислить результаты всех матчей, но и узнать, что политиков было ровно шестеро. Какое наименьшее количество игр он мог посетить?
(Ничьих в настольном теннисе не бывает. Главный Судья заранее не знал, кто из игроков к какому типу принадлежит, и не получал информацию никакими другими способами, кроме описанных в условии)

Ответ: 16

Примеры записи ответов:
17

Задача 5. (3 балла)

1. В стране Альфа 95 городов. Известно, что число дорог, выходящих из каждого города, составное. Также известно, что если есть дорога из города A в город B и из города B в город C, то тогда есть дорога и из города A в город C. Какое минимальное количество дорог может быть в стране?

Ответ: 99

2. В стране Бета 98 городов. Известно, что число дорог, выходящих из каждого города, составное. Также известно, что если есть дорога из города A в город B и из города B в город C, то тогда есть дорога и из города A в город C. Какое минимальное количество дорог может быть в стране?

Ответ: 102

3. В стране Гамма 92 города. Известно, что число дорог, выходящих из каждого города, составное. Также известно, что если есть дорога из города A в город B и из города B в город C, то тогда есть дорога и из города A в город C. Какое минимальное количество дорог может быть в стране?

Ответ: 96

Примеры записи ответов:
17

Задача 6. (3 балла)

1. Решите в простых числах уравнение $p^3 — q^3 = 1946$. В ответе укажите пару (p; q).
Если таких пар несколько, укажите ту, для которой p-q максимально.

Ответ: 19; 17 | (19; 17)

2. Решите в простых числах уравнение $p^3 — q^3 = 5528$. В ответе укажите пару (p; q).
Если таких пар несколько, укажите ту, для которой p-q максимально.

Ответ: 19; 11 | (19; 11)

3. Решите в простых числах уравнение $p^3 — q^3 = 2716$. В ответе укажите пару (p; q). Если таких пар несколько, укажите ту, для которой p-q максимально.

Ответ: 17; 13 | (17; 13)

Примеры записи ответов:
(37; 11)

Задача 7. (3 балла)

1. Даны два квадратных трёхчлена со старшим коэффициентом 1. Разность между корнями первого равна 1, разность между корнями второго равна 7. Какое наибольшее значение может принимать разность между корнями суммы этих трёхчленов?

Ответ: 5

2. Даны два квадратных трёхчлена со старшим коэффициентом 1. Разность между корнями первого равна 7, разность между корнями второго равна 17. Какое наибольшее значение может принимать разность между корнями суммы этих трёхчленов?

Ответ: 13

3. Даны два квадратных трёхчлена со старшим коэффициентом 1. Разность между корнями первого равна 17, разность между корнями второго равна 31. Какое наибольшее значение может принимать разность между корнями суммы этих трёхчленов?

Ответ: 25

Примеры записи ответов:
17
1/7
1,7

Задача 8. (3 балла)

1. Дан прямоугольный параллелепипед со сторонами 6. 6 и x. При каких значениях числа x прозведение площади поверхности и периметра (суммы длин всех рёбер) этого параллелепипеда не превосходят 224/3 его объёма?
Ответ записать в виде промежутка.

Ответ: [4; 9] || [4, 9]

2. Дан прямоугольный параллелепипед со сторонами 4. 6 и x. При каких значениях числа x прозведение площади поверхности и периметра (суммы длин всех рёбер) этого параллелепипеда не превосходят 78 его объёмов?
Ответ записать в виде промежутка.

Ответ: [3; 8] || [3, 8]

3. Дан прямоугольный параллелепипед со сторонами 2. 6 и x. При каких значениях числа x прозведение площади поверхности и периметра (суммы длин всех рёбер) этого параллелепипеда не превосходят 88 его объёмов?
Ответ записать в виде промежутка.

Ответ: [3; 4] || [3, 4]

<u>Примеры записи ответов:</u>
[1; 5]

Задача 9. (4 балла)

1. Окружность радиуса 12 с центром в точке O и окружность радиуса 3 касаются внутренним образом в точке H. Прямая XH — их общая касательная, прямая OX — касательная к маленькой окружности. Найдите квадрат длины отрезка OX.

Ответ: 162

2.. Окружность радиуса 12 с центром в точке O и окружность радиуса 4 касаются внутренним образом в точке H. Прямая XH — их общая касательная, прямая OX — касательная к маленькой окружности. Найдите квадрат длины отрезка OX.

Ответ: 192

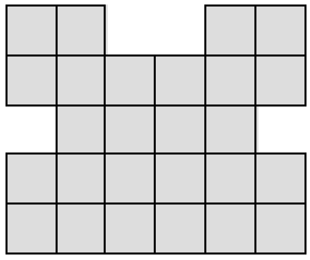
3. Окружность радиуса 20 с центром в точке O и окружность радиуса 8 касаются внутренним образом в точке H. Прямая XH — их общая касательная, прямая OX — касательная к маленькой окружности. Найдите квадрат длины отрезка OX.

Ответ: 720

<u>Примеры записи ответов:</u>
17
1/7
1,7

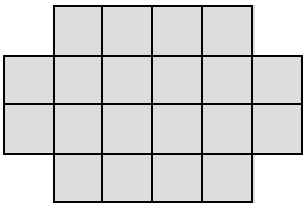
Задача 10. (5 баллов)

1. Сколько существует способов разбить данную фигуру на прямоугольники 1x2?



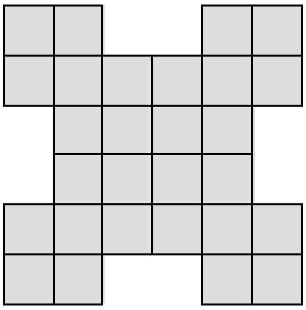
Ответ: 88

2. Сколько существует способов разбить данную фигуру на прямоугольники 1x2?



Ответ: 50

3. Сколько существует способов разбить данную фигуру на прямоугольники 1x2?



Ответ: 128