

**Задача 1. (1 балл)**

1. На столе лежат палочки длиной 1, 2, 3, ...,  $n$  сантиметров. Известно, что из них можно сложить 40 треугольников, используя каждую палочку не более, чем по разу, а вот 41 уже нельзя. Найдите  $n$  (длину самой большой палочки). Если возможных ответов несколько, перечислите их в порядке возрастания через точку с запятой.

Ответ: 121; 122; 123 | 121, 122, 123

2. На столе лежат палочки длиной 1, 2, 3, ...,  $n$  сантиметров. Известно, что из них можно сложить 50 треугольников, используя каждую палочку не более, чем по разу, а вот 51 уже нельзя. Найдите  $n$  (длину самой большой палочки). Если возможных ответов несколько, перечислите их в порядке возрастания через точку с запятой.

Ответ: 151, 152, 153 | 151; 152; 153

3. На столе лежат палочки длиной 1, 2, 3, ...,  $n$  сантиметров. Известно, что из них можно сложить 100 треугольников, используя каждую палочку не более, чем по разу, а вот 101 уже нельзя. Найдите  $n$  (длину самой большой палочки). Если возможных ответов несколько, перечислите их в порядке возрастания через точку с запятой.

Ответ: 301, 302, 303 | 301; 302; 303

**Задача 2. (2 балла)**

1. Таблица  $6 \times 6$  заполнена числами. Числа, стоящие в соседних по стороне клетках, отличаются ровно в два раза. В одной из клеток стоит число 1. Какое максимальное число может находиться в этой таблице?

Ответ: 1024 |  $2^{10}$

2. Таблица  $20 \times 20$  заполнена числами. Числа, стоящие в соседних по стороне клетках, отличаются ровно на 5. В одной из клеток стоит число 1. Какое максимальное число может находиться в этой таблице?

Ответ: 191

3. Таблица  $10 \times 10$  заполнена числами. Числа, стоящие в соседних по стороне клетках, отличаются ровно на 7. В одной из клеток стоит число 1. Какое максимальное число может находиться в этой таблице?

Ответ: 127

**Задача 3. (2 балла)**

1. Каждый из учеников класса получили открытку от каждого из оставшихся. После этого из полученных открыток каждый ученик 6 штук передал классной руководительнице. Оказалось, что у учеников осталось не более 230 открыток. Какое наибольшее количество учеников могла быть в классе?

Ответ: 19

2. Каждый из учеников класса получили открытку от каждого из оставшихся. После этого из полученных открыток каждый ученик 7 штук передал классной руководительнице. Оказалось, что у учеников осталось не более 170 открыток. Какое наибольшее количество учеников могла

быть в классе?

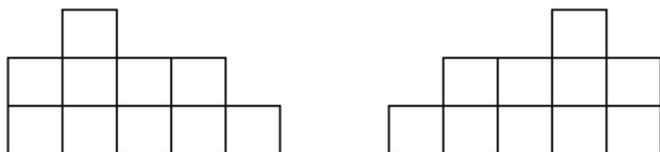
Ответ: 17

3. Каждый из учеников класса получили открытку от каждого из оставшихся. После этого из полученных открыток каждый ученик 8 штук передарил классной руководительнице. Оказалось, что у учеников осталось не более 180 открыток. Какие наибольшее количество учеников могла быть в классе?

Ответ: 18

#### Задача 4. (2 балла)

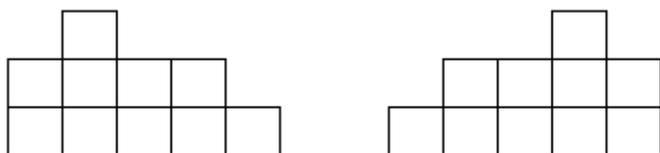
1. Лисица строит «пирамидки» из 6 кубиков следующим образом:  
каждая «пирамидка» состоит из одного или нескольких уровней;  
на каждом уровне количество кубиков строго меньше, чем на предыдущем;  
каждый новый уровень состоит из одного или нескольких подряд идущих кубиков.  
Примеры «пирамидок» из десяти кубиков вы можете увидеть на картинке:



Какое количество различных «пирамидок» может получиться у Лисицы?  
(Важно где у «пирамидки» правый край, а где левый — «пирамидки» на картинке разными).

Ответ: 13

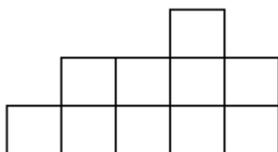
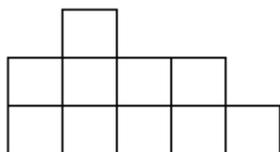
2. Лисица строит «пирамидки» из 7 кубиков следующим образом:  
каждая «пирамидка» состоит из одного или нескольких уровней;  
на каждом уровне количество кубиков строго меньше чем на предыдущем;  
каждый новый уровень состоит из одного или нескольких подряд идущих кубиков.  
Пример «пирамидки» из десяти кубиков вы можете увидеть на картинке:



Какое количество различных «пирамидок» может получиться у Лисицы?  
(Важно где у «пирамидки» правый край, а где левый — «пирамидки» на картинке разными).

Ответ: 19

3. Лисица строит «пирамидки» из 5 кубиков следующим образом:  
каждая «пирамидка» состоит из одного или нескольких уровней;  
на каждом уровне количество кубиков строго меньше, чем на предыдущем;  
каждый новый уровень состоит из одного или нескольких подряд идущих кубиков.  
Пример «пирамидки» из десяти кубиков вы можете увидеть на картинке:



Какое количество различных «пирамидок» может получиться у Лисицы?  
(Важно где у «пирамидки» правый край, а где левый — «пирамидки» на картинке разными).

Ответ: 7

**Примеры записи ответов:**

12

**Задача 5. (2 балла)**

1. Через точку  $(3, 5)$  на прямой  $p: y = x + 2$  провели прямую  $q$ , перпендикулярную прямой  $p$ .  
Найдите площадь выпуклого четырёхугольника, ограниченного прямыми  $p, q$  и осями координат.

Ответ: 23

2. Через точку  $(1, 5)$  на прямой  $p: y = 2x + 3$  провели прямую  $q$ , перпендикулярную прямой  $p$ .  
Найдите площадь выпуклого четырёхугольника ограниченного, прямыми  $p, q$  и осями координат.

Ответ: 29

3. Через точку  $(2, 3)$  на прямой  $p: y = 2x - 1$  провели прямую  $q$ , перпендикулярную прямой  $p$ .  
Найдите площадь выпуклого четырёхугольника ограниченного, прямыми  $p, q$  и осями координат.

Ответ: 4,75 | 19/4

**Примеры записи ответов:**

8

8,5

17/2

**Задача 6. (3 балла)**

1.  $ABCDE$  — пятиугольник, вписанный в окружность радиуса 12. Прямые  $AE$  и  $BC$  параллельны,  $CD = DE, BE = AE = 16$ . Найдите отношение  $CD/AB$ .

Ответ: 4/3 | 16/12 | 8/6

2.  $ABCDE$  — пятиугольник, вписанный в окружность радиуса 15. Прямые  $AB$  и  $CD$  параллельны,  $AE = DE, AC = AB = 18$ . Найдите отношение  $AD/AE$ .

Ответ: 18/15 | 6/5 | 1,2

2.  $ABCDE$  — вписанный в окружность  $S$  пятиугольник. Прямые  $DE$  и  $AB$  параллельны,  $BC = CD, AD = DE = 20, BC:BD = 4:5$ . Найдите радиус окружности  $S$ .

Ответ: 16

**Примеры записи ответов:**

1/4  
0,25  
1

**Задача 7. (3 балла)**

1. На планете Острые Зубы животные размножаются по-особенному, а именно: каждый хомячок каждый год рождает четырёх хомячков; каждый суслик каждые 3 месяца рождает двух маленьких сусликов; а кролики — загадочные существа — чем больше времени проходит, тем быстрее они размножаются, а именно, если человек не отдаёт своих кроликов и не покупает новых, то по прошествии  $2k$  месяцев количество его кроликов увеличивается в  $k!$  раз. ( $k!$  - произведение чисел от 1 до  $k$ ).

Никита купил на рынке грызунов. Известно, что через год у него стало 765 домашних питомцев. Сколько грызунов Никита купил на рынке?

Если возможных ответов несколько, выпишите их в порядке возрастания через точку с запятой.

Ответ: 10; 77; 153 | 11, 77, 153

2 вариант.

На планете Острые Зубы животные размножаются по-особенному, а именно: каждый хомячок каждые 3 месяца рождает двух хомячков; каждый суслик каждые 4 месяца рождает одного маленького суслика; а кролики — загадочные существа — чем больше времени проходит, тем быстрее они размножаются, а именно, если человек не отдаёт своих кроликов и не покупает новых, то по прошествии  $2k$  месяцев количество его кроликов увеличивается в  $k!$  раз. ( $k!$  - произведение чисел от 1 до  $k$ ).

Антон купил в зоомагазине грызунов. Известно, что через год у Антона стало 720 домашних питомцев. Сколько грызунов Антон купил в зоомагазине?

Если возможных ответов несколько, выпишите их в порядке возрастания через точку с запятой.

Ответ: 1; 17; 90 | 1, 17, 90

3 вариант.

На планете Острые Зубы животные размножаются по-особенному, а именно: каждый хомячок каждые 4 месяца рождает четверых хомячков; каждый суслик каждые 4 месяца рождает одного маленького суслика; а кролики — загадочные существа — чем больше времени проходит, тем быстрее они размножаются, а именно, если человек не отдаёт своих кроликов и не покупает новых, то по прошествии  $2k$  месяцев количество его кроликов увеличивается в  $k!$  раз. ( $k!$  - произведение чисел от 1 до  $k$ ).

Мальчик Илья купил в зоомагазине грызунов. Известно, что через год у Ильи было 1040 домашних зверей. А сколько грызунов Илья купил в зоомагазине?

Если возможных ответов несколько, выпишите их в порядке возрастания через точку с запятой.

Ответ: 13, 41, 130 | 13; 41; 130

**Примеры записи ответов:**

9

**Задача 8. (4 балла)**

1.  $ABDE$ ,  $BCEF$ ,  $CDF A$  — вписанные четырёхугольники с точками пересечения диагоналей  $K$ ,  $L$  и  $M$  соответственно. Известно, что точка  $K$  лежит на отрезках  $BL$  и  $AM$ , точка  $M$  — на отрезке  $CL$ . Кроме того,  $BK = LE = CM = MD = 5$ ,  $KL = 4$ ,  $LM = 6$ . Найдите длину отрезка  $MK$ . Если возможных ответов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 6

2.  $ABDE$ ,  $BCEF$ ,  $CDF A$  — вписанные четырёхугольники с точками пересечения диагоналей  $K$ ,  $L$  и  $M$  соответственно. Известно, что точка  $K$  лежит на отрезках  $BL$  и  $AM$ , точка  $M$  — на отрезке  $CL$ . Кроме того,  $BK = MK = ML = 5$ ,  $MC = 7$ ,  $AK = FL = 6$ . Найдите длину отрезка  $EL$ . Если возможных ответов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 5

3.  $ABDE$ ,  $BCEF$ ,  $CDF A$  — вписанные четырёхугольники с точками пересечения диагоналей  $K$ ,  $L$  и  $M$  соответственно. Известно, что точка  $K$  лежит на отрезках  $BL$  и  $AM$ , точка  $M$  — на отрезке  $CL$ . Кроме того,  $EL = FL = KL = 5$ ,  $DM = 4$ ,  $AK = MK = 6$ . Найдите длину отрезка  $MC$ . Если возможных ответов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 4

**Примеры записи ответов:**

1/4

0,25

4; 10

**Задача 9. (4 балла)**

1. В трёхзначном числе каждую цифру умножили или разделили на три. Получились три новые цифры, из которых составили число, расположив каждую из цифр в разряде той, из которой она была получена. Оказалось, что новое число ровно в два раза больше старого. Найдите исходное число. Если возможных ответов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 160

2. В трёхзначном числе каждую цифру умножили или разделили на три. Получились три новые цифры, из которых составили число, расположив каждую из цифр в разряде той, из которой она была получена. Оказалось, что новое число ровно в два раза меньше старого. Найдите исходное число. Если возможных ответов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 320

3. В трёхзначном числе первую цифру умножили или разделили на два, вторую умножили или разделили на три, а третью умножили или разделили на четыре. Получились три новые цифры, из

которых составили число, расположив каждую из цифр в разряде той, из которой она была получена. Оказалось, что новое число ровно в полтора раза больше старого. Найдите исходное число. Если возможных ответов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 292

### Задача 10. (5 баллов)

1. Даны два квадратных трёхчлена со старшим коэффициентом  $\frac{\sqrt{3}}{6}$ . Вершины и точка пересечения их графиков образуют равносторонний треугольник. Найдите длину его стороны. Если возможных ответов несколько, выпишите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 12

2. Даны два квадратных трёхчлена со старшим коэффициентом  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ . Вершины и точка пересечения их графиков образуют равносторонний треугольник. Найдите длину его стороны. Если возможных ответов несколько, выпишите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 8

3. Даны два квадратных трёхчлена со старшим коэффициентом  $\frac{\sqrt{3}}{8}$ . Вершины и точка пересечения их графиков образуют равносторонний треугольник. Найдите длину его стороны. Если возможных ответов несколько, выпишите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 16

### Примеры записи ответов:

1/4  
-0,25; 10

8 класс.

### Задача 1. (1 балл)

1. На стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  отмечена точка  $D$ , а на стороне  $BC$  — точка  $E$ . Отрезки  $BD$  и  $AE$  пересекаются в точке  $K$ . Оказалось, что  $AD = AK$ ,  $BK = EK$ . Угол  $CAE$  составляет 20 градусов. Найдите градусную меру угла  $ACB$

Ответ: 30

2. На стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  отмечена точка  $D$ , а на стороне  $BC$  — точка  $E$ . Отрезки  $BD$  и  $AE$  пересекаются в точке  $M$ . Оказалось, что  $DM = AM$ ,  $BE = BM$ . Угол  $CBD$  составляет 40 градусов. Найдите градусную меру угла  $ACB$

Ответ: 15