9 класс

Типовой вариант

Задача 1. (2 балла)

Дан клетчатый куб 8x8x8. Поясом назовём множество из 32 клеток его поверхности, центры которых лежат в одной плоскости, параллельной одной из граней куба. Эти клетки образуют четыре линии по восемь клеток, продолжающими друг друга за рёбра куба.
В клетках поверхности куба расставили целые неотрицательные числа так, чтобы в каждом поясе сумма чисел была равна 100. Какова может быть максимальная сумма чисел на всей поверхности куба?

Задача 2. (3 балла).

Сколькими способами можно представить число 1500 в виде произведения трех натуральных чисел (варианты, в которых множители одинаковые, но отличаются порядком, считаются одинаковыми)?

Задача 3. (3 балла)

Решить в целых числах: $6x^2 + 5xy + y^2 = 6x+2y+7$

Указать тот ответ, для которого значение $|x| + |y|$ наибольшее. Ответ записать в виде $(x; y)$.

Задача 4. (3 балла)

Решите неравенство $x < \min(f(x), g(x), h(x))$, где

$f(x) = -x^2 + 2{,}5x + 2{,}5$ при x не больших 1, $f(x) = 18$ при $x > 1$.

$g(x) = x^2 - 5x + 8$

$h(x) = -2x + 18$.

В ответе укажите промежуток, на котором выполняется неравенство. В случае, если промежутков несколько, перечислите их через запятую или точку с запятой

Задача 5. (3 балла)

$ABCD$ – вписанный четырёхугольник. X – точка пересечения лучей AB и DC, Y – прямых BC и AD. $AB = 12$, $AD = 12$, $CD = 6$, $DY = 8$. Найдите CX.

Задача 6. (3 балла)

Решите уравнение $p^2 - 2p = q^2 + 46q$ в простых числах. В ответе укажите число p. Если возможных ответов несколько, перечислите их в порядке возрастания через запятую или точку с запятой.

Задача 7. (3 балла)

$\{A_k\}$ – множество точек на плоскости такое, что $A_1A_kA_{k+1}$ – прямоугольный треугольник с прямым углом A_k. Известно, что $A_{k-1}A_k = \sqrt{k+48}$. Найдите A_1A_{100}.

Задача 8. (3 балла)

Длины сторон трапеции равны 2, 10, 10 и 20. Найдите длину отрезка, соединяющего середины диагоналей.

(Известно, эти точки различны). Если возможных ответов несколько, перечислите их в порядке возрастания через запятую или точку с запятой.

Задача 9. (4 балла)

Даны 700 подряд идущих членов арифметической прогрессии (с ненулевой разностью). Какое наибольшее количество из них могут образовывать возрастающую геометрическую прогрессию со знаменателем, не равным 2?

Задача 10. (4 балла)

Вася называет натуральные числа, не превосходящие 20, по следующим правилам: каждое следующее названное число должно быть больше каждого из предыдущих и не может являтся суммой двух уже названных. Какой может быть максимальная сумму чисел, названных Васей?