

## 9 класс

### Типовой вариант

#### Задача 1. (1 балл)

Альберт загадал натуральное число, сказав про него: «Если число 1 разделить на мое число и прибавить к этому  $1/2$ , то результат будет таким же, как если к  $1/3$  прибавить 2, деленное на число, на единицу большее, чем мое загаданное число». Малыш Бобби, подумав немного, ответил: «Я не могу отгадать, так как существует несколько натуральных чисел, которые подходят под твое определение». Какие числа имеет в виду Бобби? Перечислите их через запятую или точку с запятой в любом порядке.

#### Задача 2. (2 балла)

Дан выпуклый пятиугольник  $ABCDE$ .  $AB=2$ ,  $BC=2$ ,  $CD=5$ ,  $DE=7$ . Известно, что  $AC$  — наибольшая сторона в треугольнике  $ABC$  (то есть стороны  $AB$  и  $BC$  строго меньше  $AC$ ),  $CE$  — наименьшая сторона в треугольнике  $ECD$  (то есть стороны  $DE$  и  $CD$  строго больше  $ED$ ). Так же известно, что в треугольнике  $ACE$  все стороны целые и имеют различные длины. Найдите, чему может быть равна сторона  $AE$ .

Возможные ответы запишите в порядке возрастания через запятую или точку с запятой.

#### Задача 3. (2 балла)

Найдите все такие натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , для которых выполняется равенство:  $ac+2bc+a+2b=c^2+c+6$ . Из всех возможных вариантов, если таких несколько, запишите в ответ тот, у которого сумма  $a+b+c$  наименьшая.

#### Задача 4. (2 балла)

Дана функция  $f(x) = 3x^2+3x-1$ . Найдите сумму  $\frac{f(-0.02)}{f(-0.98)} + \frac{f(-0.04)}{f(-0.96)} + \dots + \frac{f(-0.98)}{f(-0.02)}$

#### Задача 5. (2 балла)

Неравенство  $x^2 < n$  имеет ровно  $n$  целочисленных решений. Найдите  $n$ . Если возможных ответов несколько, перечислите их в порядке возрастания через запятую или точку с запятой.

#### Задача 6. (3 балла)

На доске были написаны 900 единиц и 100 четверок. Каждую минуту Маша стирала какие-то два числа  $x$  и  $y$  и записывала вместо них число  $\sqrt{x^2+y^2}$ . В конце концов на доске осталось записано одно число. Какое именно?

Если возможных ответов несколько, перечислите их в порядке возрастания через запятую или точку с запятой.

#### Задача 7. (3 балла)

Дан треугольник  $ABC$ . В него вписана окружность, которая касается сторон  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$  в точках  $C_1$ ,

$B_1, A_1$  соответственно. Найдите радиус вневписанной окружности  $w$ , которая касается стороны  $AB$  в точке  $D$ , продолжения стороны  $BC$  в точке  $E$ , продолжения стороны  $AC$  в точке  $G$ . Известно, что  $CE=6$ , радиус вписанной окружности равен 1,  $CB_1=1$ .

**Задача 8. (3 балла)**

На плоскости проведены все возможные прямые вида  $y = ax + b$ , где  $a$  и  $b$  — различные натуральные числа от 1 до 3. Сколько точек пересечения образуют эти прямые?

**Задача 9. (4 балла)**

$ABCD$  — вписанный четырёхугольник. Продолжение стороны  $AB$  за точку  $B$  и продолжение стороны  $CD$  за точку  $C$  пересекаются в точке  $P$ . Продолжение стороны  $AD$  за точку  $D$  и продолжение стороны  $BC$  за точку  $C$  пересекаются в точке  $Q$ . Оказалось, что углы  $BPC$  и  $CQD$  равны. Также известно, что  $CQ=20$ ,  $DQ=12$ ,  $BP=3$ . Найдите квадрат длины диагонали  $AC$ . Если возможных ответов несколько, перечислите их в порядке возрастания через запятую или точку с запятой.

**Задача 10. (5 баллов)**

Среди всех дробей вида  $\frac{m}{n}$ , где  $m$  и  $n$  — четырёхзначные числа с одинаковой суммой цифр, выбрали наибольшую. Найдите её. Ответ запишите в виде неправильной дроби (не округляйте и не сокращайте!).