

Типовой вариант

Задача 1. (2 балла)

Дан клетчатый куб $8 \times 8 \times 8$. Поясом назовём множество из 32 клеток его поверхности, центры которых лежат в одной плоскости, параллельной одной из граней куба. Эти клетки образуют четыре линии по восемь клеток, продолжающимися друг друга за рёбра куба.

В клетках поверхности куба расставили целые неотрицательные числа так, чтобы в каждом поясе сумма чисел была равна 100. Какова может быть максимальная сумма чисел на всей поверхности куба?

Ответ: 1200

Задача 2. (3 балла).

Сколькими способами можно представить число 1500 в виде произведения трех натуральных чисел (варианты, в которых множители одинаковые, но отличаются порядком, считаются одинаковыми)?

Ответ: 32

Задача 3. (3 балла)

Решить в целых числах: $6x^2 + 5xy + y^2 = 6x + 2y + 7$

Указать тот ответ, для которого значение $|x| + |y|$ наибольшее. Ответ записать в виде $(x; y)$.

Ответ: $(-8; 25)$

Задача 4. (3 балла)

Решите неравенство $x < \min (f(x) , g(x), h(x))$, где

$f(x) = -x^2 + 2,5x + 2,5$ при x не больших 1, $f(x) = 18$ при $x > 1$.

$g(x) = x^2 - 5x + 8$

$h(x) = -2x + 18$.

В ответе укажите промежуток, на котором выполняется неравенство. В случае, если промежутков несколько, перечислите их через запятую или точку с запятой

Ответ: $(-1; 2); (4; 6)$

Задача 5. (3 балла)

$ABCD$ – вписанный четырёхугольник. X – точка пересечения лучей AB и DC , Y – прямых BC и AD . $AB = 12$, $AD = 12$, $CD = 6$, $DY = 8$. Найдите CX .

Ответ: 10

Задача 6. (3 балла)

Решите уравнение $p^2 - 2p = q^2 + 46q$ в простых числах. В ответе укажите число p . Если возможных ответов несколько, перечислите их в порядке возрастания через запятую или точку с запятой.

Ответ: 17

Задача 7. (3 балла)

$\{A_k\}$ – множество точек на плоскости такое, что $A_1A_kA_{k+1}$ – прямоугольный треугольник с прямым углом A_k . Известно, что $A_{k-1}A_k = \sqrt{k+48}$. Найдите A_1A_{100} .

Ответ: 99

Задача 8. (3 балла)

Длины сторон трапеции равны 2, 10, 10 и 20. Найдите длину отрезка, соединяющего середины диагоналей.

(Известно, эти точки различны). Если возможных ответов несколько, перечислите их в порядке возрастания через запятую или точку с запятой.

Ответ: 5; 9

Задача 9. (4 балла)

Даны 700 подряд идущих членов арифметической прогрессии (с ненулевой разностью). Какое наибольшее количество из них могут образовывать возрастающую геометрическую прогрессию со знаменателем, не равным 2?

Ответ: 7

Задача 10. (4 балла)

Вася называет натуральные числа, не превосходящие 20, по следующим правилам: каждое следующее названное число должно быть больше каждого из предыдущих и не может являться суммой двух уже названных. Какой может быть максимальная сумма чисел, названных Васей?

Ответ: 165