

9 Класс

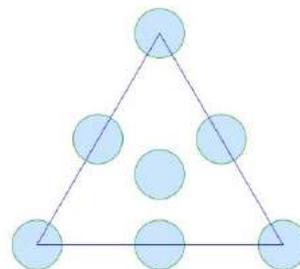
1. Сумма 10 различных натуральных чисел равна 148, причем известно, что наименьшее из этих чисел составляет не менее половины от наибольшего из них. Найдите эти числа, в ответе запишите 5 наибольших из этих чисел, упорядоченные по возрастанию, без пробелов. Т.е., например, если это числа 14, 2, 58, 3 и 6, то в ответе следует указать 2361458.

2. Доля отличников в классе составляет менее одной трети, но более 20%, причем известно, что оно кратно 5. А доля хорошистов составляет менее 20%, но более $\frac{2}{11}$ учащихся. Для школьников, которые не являются хорошистами и отличниками организованы дополнительные занятия. Сколько человек должны посещать эти занятия, если известно, что в классе учится не более 20 школьников?

3. Подряд выписали квадраты чисел от 1 до некоторого натурального числа N : $1491625\dots N^2$, так, что получилось 1428-значное число. Найдите N .

4. Парабола проходит через точки с координатами $(2019; 2020)$, $(2020; 0)$ и $(2021; 2020)$. Найдите квадратный трехчлен $P(x) = ax^2 + bx + c$, графиком которого она является. В ответе укажите ординату точки пересечения параболы с осью ординат.

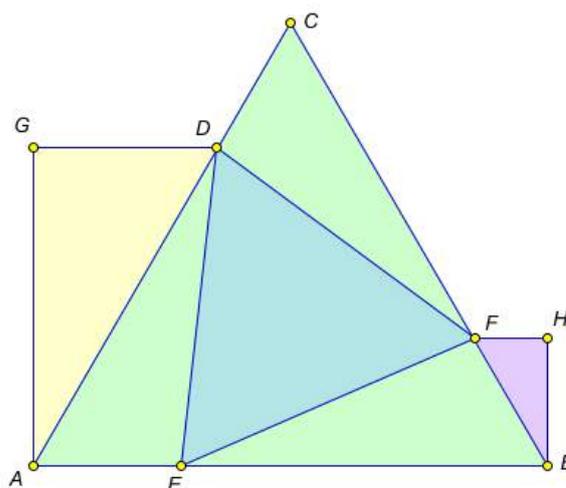
5. Поле для игры «7 кругов» представляет собой правильный треугольник и 7 одинаковых кружочков с центрами в вершинах, серединах сторон и центре треугольника. Сколько существует различных способов расставить черные и белые фишки, по одной в каждый кружок? Расстановки, которые переходят друг в друга при повороте, считаются одинаковыми.



6. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 = y + z \\ y^2 = z + x \\ z^2 = x + y \end{cases}$$
 при условии $x, y, z > 0$. В ответе укажите: если решений нет, то

0, если решение одно - произведение xuz , если решений несколько – сумму произведений xuz для каждого решения.

7. В равносторонний треугольник ABC вписан равносторонний треугольник DEF (см. рис.). Треугольники AGD и BFH - прямоугольные, катеты GD и FH параллельны прямой AB . Площадь треугольника AGD равна 9, а треугольника BFH - 1. Найдите площадь треугольника DEF .



9 Класс

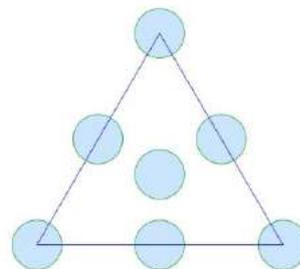
1. Сумма 10 различных натуральных чисел равна 151, причем известно, что наименьшее из этих чисел составляет не менее половины от наибольшего из них. Найдите эти числа, в ответе запишите 5 наименьших из этих чисел, упорядоченные по возрастанию, без пробелов. Т.е., например, если это числа 14, 2, 58, 3 и 6, то в ответе следует указать 2361458.

2. В новогоднем подарке доля шоколадных конфет составляет менее одной трети, но более 20%, причем их количество кратно 5. А доля карамелек составляет менее 40%, но более $\frac{2}{11}$. Остальные конфеты в подарке – мармеладные. Найдите количество мармеладных конфет, если известно, что всего в подарке не более 20 конфет.

3. Подряд выписали квадраты чисел от 1 до некоторого натурального числа N : $1491625\dots N^2$, так, что получилось 1408-значное число. Найдите N .

4. Парабола проходит через точки с координатами (2019; 1000), (2020; 0) и (2021; 1000). Найдите квадратный трехчлен $P(x) = ax^2 + bx + c$, графиком которого она является. В ответе укажите ординату точки пересечения параболы с осью ординат.

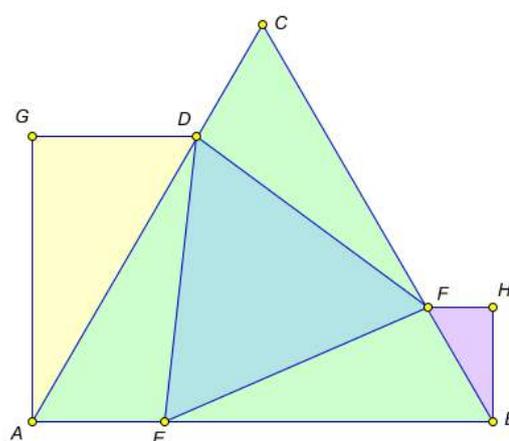
5. На рисунке изображены 7 одинаковых кружочков с центрами в вершинах, серединах сторон и центре правильного треугольника. Сколькими различными способами можно раскрасить эти кружки в красный и черный цвета? Раскраски, которые переходят друг в друга при повороте, считаются одинаковыми.



6. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 = y + z \\ y^2 = z + x \\ z^2 = x + y \end{cases}$$
 при условии $x, y, z > 0$. В ответе укажите: если решений нет, то

0, если решение одно - произведение xuz , если решений несколько – сумму произведений xuz для каждого решения.

7. В равносторонний треугольник ABC вписан равносторонний треугольник DEF (см. рис.). Треугольники AGD и BFH - прямоугольные, катеты GD и FH параллельны прямой AB . Площадь треугольника AGD равна 36, а треугольника BFH - 4. Найдите площадь треугольника DEF .



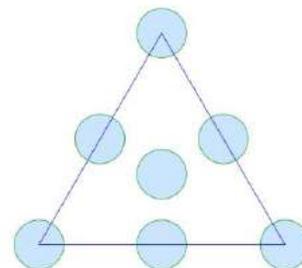
9 Класс

1. Сумма 10 различных натуральных чисел равна 152, причем известно, что наименьшее из этих чисел составляет не менее половины от наибольшего из них. Найдите эти числа, в ответе запишите 5 наименьших из этих чисел, упорядоченные по возрастанию, без пробелов. Т.е., например, если это числа 14, 2, 58, 3 и 6, то в ответе следует указать 2361458.

2. Вася играет в очень интересную компьютерную стратегию. В его отряде паладины составляют менее одной трети, но более 20% бойцов, причем их количество кратно 5. А доля лучников составляет менее 20%, но более $\frac{2}{11}$. Остальные бойцы в отряде - маги. Найдите количество магов, если известно, что всего в отряде не более 20 бойцов.

3. Подряд выписали квадраты чисел от 1 до некоторого натурального числа N : $1491625\dots N^2$, так, что получилось 1433-значное число. Найдите N .

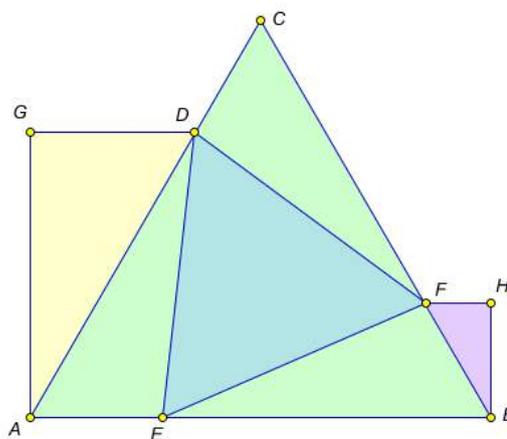
4. Парабола проходит через точки с координатами (2019; 2000), (2020; 0) и (2021; 2000). Найдите квадратный трехчлен $P(x) = ax^2 + bx + c$, графиком которого она является. В ответе укажите ординату точки пересечения параболы с осью ординат.



5. Поле для игры «7 кругов» представляет собой правильный треугольник и 7 одинаковых кружочков с центрами в вершинах, серединах сторон и центре треугольника. Разрешается ставить не более одной фишки (фишки одинаковые) в каждый кружочек. Любую допустимую расстановку фишек называют *позицией*. Сколько существует различных позиций в этой игре? Позиции, переходящие друг в друга при повороте, считаются одинаковыми

6. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 = y + z \\ y^2 = z + x \\ z^2 = x + y \end{cases}$$
 при условии $x, y, z > 0$. В ответе укажите: если решений нет, то 0, если решение одно - произведение xuz , если решений несколько – сумму произведений xuz для каждого решения.

7. В равносторонний треугольник ABC вписан равносторонний треугольник DEF (см. рис.). Треугольники AGD и BFH - прямоугольные, катеты GD и FH параллельны прямой AB . Площадь треугольника AGD равна 36, а треугольника BFH - 16. Найдите площадь треугольника DEF .



9 Класс

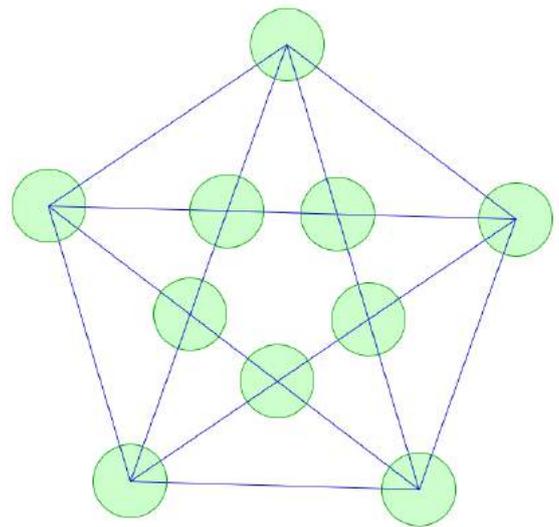
1. Сумма 10 натуральных чисел равна 147, причем известно, что отношение наибольшего из этих чисел к наименьшему не превосходит 2. Найдите эти числа, в ответе запишите 5 наибольших из этих чисел, упорядоченные по возрастанию, без пробелов. Т.е., например, если это числа 14, 2, 58, 3 и 6, то в ответе следует указать 2361458.

2. Доля отличников в классе составляет более одной трети, но менее 40%. А доля хорошистов составляет более 40%, но менее $\frac{3}{7}$ учащихся, причем количество хорошистов кратно 5. Для школьников, которые не являются хорошистами и отличниками организованы дополнительные занятия. Сколько человек должны посещать эти занятия, если известно, что в классе учится не более 30 школьников?

3. Подряд выписали квадраты чисел от 1 до некоторого натурального числа N : $1491625\dots N^2$, так, что получилось 1438-значное число. Найдите N .

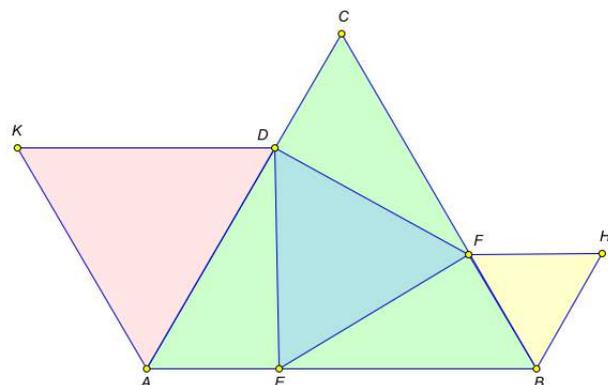
4. Парабола проходит через точки с координатами $(2019; 0)$, $(2020; 2020)$ и $(2021; 0)$. Найдите квадратный трехчлен $P(x) = ax^2 + bx + c$, графиком которого она является. В ответе укажите ординату точки пересечения параболы с осью ординат.

5. Поле для игры «10 кругов» представляет собой правильный 5-угольник и 10 одинаковых кружочков с центрами в вершинах и точках пересечения диагоналей 5-угольника. Сколько существует различных способов расставить черные и белые фишки, по одной в каждый кружок? Расстановки, которые переходят друг в друга при повороте вокруг центра 5-угольника, считаются одинаковыми.



6. Решите уравнение $x^3 - 3abx = a^3 + b^3$ при всех значениях параметров a, b . В ответе укажите сумму корней уравнения, получающегося при $a = 2018, b = -2019$, или 0, если это уравнение не имеет корней.

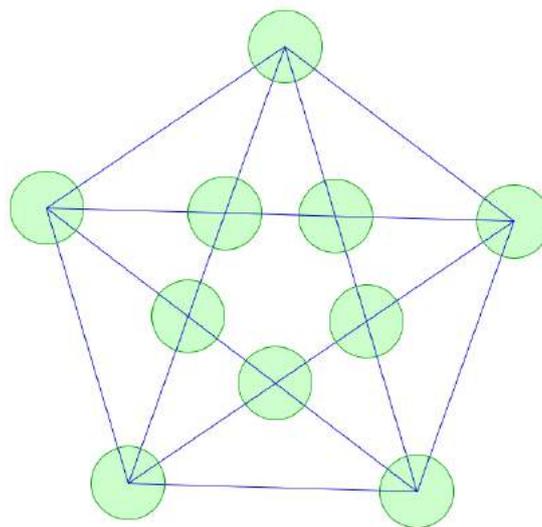
7. В равносторонний треугольник ABC вписан равносторонний треугольник DEF (см. рис.). Треугольники AKD и BFH - тоже равносторонние, стороны KD и FH параллельны прямой AB . Площадь треугольника AKD равна 9, а треугольника BFH - 1. Найдите площадь треугольника DEF .



9 Класс

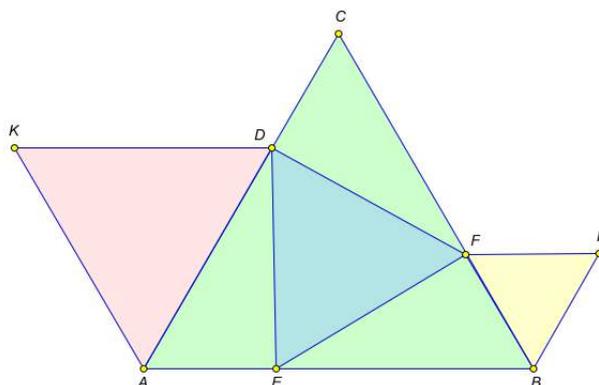
1. Сумма 10 натуральных чисел равна 150, причем известно, что отношение наибольшего из этих чисел к наименьшему не превосходит 2. Найдите эти числа, в ответе запишите 5 наибольших из этих чисел, упорядоченные по возрастанию, без пробелов. Т.е., например, если это числа 14, 2, 58, 3 и 6, то в ответе следует указать 2361458.
2. В новогоднем подарке доля шоколадных конфет составляет более одной трети, но менее 40%. А доля карамелек составляет более 40%, но менее $\frac{3}{7}$, причем количество карамелек кратно 5. Остальные конфеты в подарке – мармеладные. Найдите количество мармеладных конфет, если известно, что всего в подарке не более 30 конфет.
3. Подряд выписали квадраты чисел от 1 до некоторого натурального числа N : $1491625\dots N^2$, так, что получилось 1423-значное число. Найдите N .
4. Парабола проходит через точки с координатами $(2019; 0)$, $(2020; 1000)$ и $(2021; 0)$. Найдите квадратный трехчлен $P(x) = ax^2 + bx + c$, графиком которого она является. В ответе укажите ординату точки пересечения параболы с осью ординат.

5. На рисунке изображены 10 одинаковых кружочков с центрами в вершинах и точках пересечения диагоналей правильного пятиугольника. Сколькими различными способами можно раскрасить эти кружки в красный и черный цвета? Раскраски, которые переходят друг в друга при повороте вокруг центра пятиугольника, считаются одинаковыми.



6. Решите уравнение $x^3 - 3abx = a^3 + b^3$ при всех значениях параметров a, b . В ответе укажите сумму корней уравнения, получающегося при $a = 2019, b = -2018$, или 0, если это уравнение не имеет корней.

7. В равносторонний треугольник ABC вписан равносторонний треугольник DEF (см. рис.). Треугольники AKD и BFH - тоже равносторонние, стороны KD и FH параллельны прямой AB . Площадь треугольника AKD равна 36, а треугольника BFH - 4. Найдите площадь треугольника DEF .



9 Класс

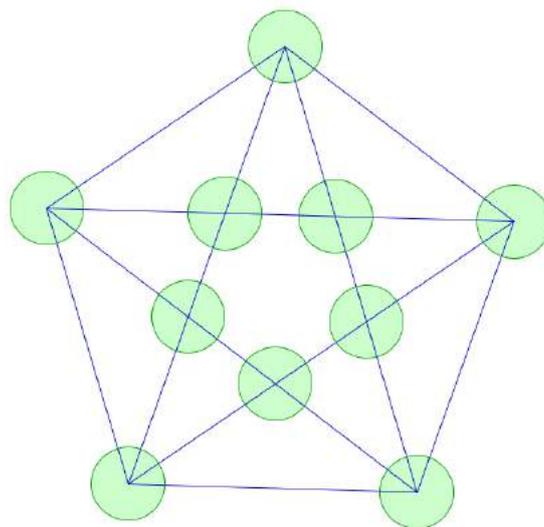
1. Сумма 10 натуральных чисел равна 153, причем известно, что отношение наибольшего из этих чисел к наименьшему не превосходит 2. Найдите эти числа, в ответе запишите 5 наименьших из этих чисел, упорядоченные по возрастанию, без пробелов. Т.е., например, если это числа 14, 2, 58, 3 и 6, то в ответе следует указать 2361458.

2. Вася играет в очень интересную компьютерную стратегию. В его отряде паладины составляют более одной трети, но менее 40% бойцов. А доля лучников составляет более 40%, но менее $\frac{3}{7}$, причем количество лучников кратно 5. Остальные бойцы в отряде - маги. Найдите количество магов, если известно, что всего в отряде не более 30 бойцов.

3. Подряд выписали квадраты чисел от 1 до некоторого натурального числа N : $1491625 \dots N^2$, так, что получилось 1418-значное число. Найдите N .

4. Парабола проходит через точки с координатами $(2019; 0)$, $(2020; 3000)$ и $(2021; 0)$. Найдите квадратный трехчлен $P(x) = ax^2 + bx + c$, графиком которого она является. В ответе укажите ординату точки пересечения параболы с осью ординат.

5. Поле для игры «10 кругов» представляет собой правильный 5-угольник и 10 одинаковых кружочков с центрами в вершинах и точках пересечения диагоналей 5-угольника. Разрешается ставить не более одной фишки (фишки одинаковые) в каждый кружочек. Любую допустимую расстановку фишек называют *позицией*. Сколько существует различных позиций в этой игре? Позиции, переходящие друг в друга при повороте вокруг центра 5-угольника, считаются одинаковыми



6. Решите уравнение $x^3 - 3abx = a^3 + b^3$ при всех значениях параметров a, b . В ответе укажите сумму корней уравнения, получающегося при $a = 2020, b = -2018$, или 0, если это уравнение не имеет корней.

7. В равносторонний треугольник ABC вписан равносторонний треугольник DEF (см. рис.). Треугольники AKD и BFH - тоже равносторонние, стороны KD и FH параллельны прямой AB . Площадь треугольника AKD равна 36, а треугольника BFH - 16. Найдите площадь треугольника DEF .

