

## Первый тур. Ответы.

При решении задач, в которых предусмотрен ответ из предложенных вариантов, участник может выбрать в качестве ответа один из предложенных: A, B, C, D, E.

В случае, если ни один из указанных пунктов не подходит, либо подходят несколько из них, следует выбрать пункт F.

1. Прямая, параллельная выделенной стороне треугольника площади 16, отсекает от него треугольник площади 9. Найдите площадь четырехугольника, три вершины которого совпадают с вершинами меньшего треугольника, а четвертая лежит на выделенной стороне. Выберите вариант ответа с числом, наиболее близким к найденному Вами.

Ответ: 12. (C)

A 11    B 11,5    C 12    D 12,5    E 13    F

1. Прямая, параллельная выделенной стороне треугольника площади 27, отсекает от него треугольник площади 3. Найдите площадь четырехугольника, три вершины которого совпадают с вершинами меньшего треугольника, а четвертая лежит на выделенной стороне. Выберите вариант ответа с числом, наиболее близким к найденному Вами.

Ответ: 9. (B)

A 8,5    B 9    C 9,5    D 10    E 10,5    F

1. Прямая, параллельная выделенной стороне треугольника площади 32, отсекает от него треугольник площади 2. Найдите площадь четырехугольника, три вершины которого совпадают с вершинами меньшего треугольника, а четвертая лежит на выделенной стороне. Выберите вариант ответа с числом, наиболее близким к найденному Вами.

Ответ: 8. (A)

A 8    B 8,5    C 9    D 9,5    E 10    F

1. Прямая, параллельная выделенной стороне треугольника площади 27, отсекает от него треугольник площади 12. Найдите площадь четырехугольника, три вершины которого совпадают с вершинами меньшего треугольника, а четвертая лежит на выделенной стороне. Выберите вариант ответа с числом, наиболее близким к найденному Вами.

Ответ: 18. (E)

A 16    B 16,5    C 17    D 17,5    E 18    F

2. Вычислите

$$\frac{y^2 + xy - \sqrt[4]{x^5y^3} - \sqrt[4]{xy^7}}{\sqrt[4]{y^5} - \sqrt[4]{x^2y^3}} \cdot (\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}),$$

где  $x = 3, \underbrace{22 \dots 2}_2 3$ ,  $y = 4, \underbrace{77 \dots 7}_2 7$ . Выберите вариант ответа с числом, наиболее близким к найденному Вами.

Ответ: 8. (D)

Варианты ответа.

A 1,41    B 5,13    C 9,97    D 7,11    E 3,62    F

2. Вычислите

$$(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}) \cdot \frac{x^2 + xy - \sqrt[4]{x^7y} - \sqrt[4]{x^3y^5}}{\sqrt[4]{x^5} - \sqrt[4]{x^3y^2}},$$

где  $x = 1, \underbrace{11 \dots 1}_{2013} 2$ ,  $y = 3, \underbrace{88 \dots 8}_{2014}$ . Выберите вариант ответа с числом, наиболее близким к найденному Вами.

Ответ: 5. (B)

Варианты ответа.

A 1, 41    B 5, 13    C 9, 97    D 7, 11    E 3, 62    F

2. Вычислите

$$\frac{\sqrt[4]{x^5y^3} + \sqrt[4]{xy^7} - xy - y^2}{\sqrt[4]{x^2y^3} - \sqrt[4]{y^5}} \cdot (\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}),$$

где  $x = 2, \underbrace{44 \dots 4}_{2013} 5$ ,  $y = 1, \underbrace{55 \dots 5}_{2014}$ . Выберите вариант ответа с числом, наиболее близким к найденному Вами.

Ответ: 4. (E)

Варианты ответа.

A 1, 41    B 5, 13    C 9, 97    D 7, 11    E 3, 62    F

2. Вычислите

$$\left( \frac{-x^2 - xy + \sqrt[4]{x^7y} + \sqrt[4]{x^3y^5}}{\sqrt[4]{x^3y^2} - \sqrt[4]{x^5}} \right) \cdot (\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}),$$

где  $x = 1, \underbrace{77 \dots 7}_{2013} 8$ ,  $y = 0, \underbrace{22 \dots 2}_{2014}$ . Выберите вариант ответа с числом, наиболее близким к найденному Вами.

Ответ: 2. (C)

Варианты ответа.

A 1, 41    B 5, 13    C 1, 97    D 7, 11    E 3, 62    F

3. Сколькими способами тренер может скомплектовать хоккейную команду, состоящую из одного вратаря, двух защитников и трех нападающих, если в его распоряжении есть 2 вратаря, 5 защитников и 8 нападающих? Среди предложенных вариантов ответа выберите наиболее близкий к правильному.

Ответ: 1120. (B)

A 915    B 1120    C 1400    D 1960    E 2475    F

3. Сколькими способами из группы, состоящей из 7 мальчиков и 8 девочек, можно выбрать команду так, чтобы в ней было 4 мальчика и 3 девочки? Среди предложенных вариантов ответа выберите наиболее близкий к правильному.

Ответ: 1960. (D)

A 915    B 1120    C 1400    D 1960    E 2475    F

3. Сколькими способами тренер может скомплектовать команду по баскетболу, состоящую из двух защитников и трех нападающих, если в его распоряжении есть 6 защитников и 11 нападающих? Среди предложенных вариантов ответа выберите наиболее близкий к правильному.

Ответ: 2475. (E)

A 915    B 1120    C 1400    D 1960    E 2475    F

3. Сколькими способами можно собрать бригаду из 3 маляров и 4 штукатуров, если имеется 6 маляров и 8 штукатуров? Среди предложенных вариантов ответа выберите наиболее близкий к правильному.

Ответ: 1400. (C)

A 915    B 1120    C 1400    D 1960    E 2475    F

---

4. Определите, сколько существует различных значений  $a$ , при которых уравнение

$$(1 - a^2)x^2 + ax + 1 = 0$$

имеет единственное решение.

Ответ: 4. (E)

Варианты ответа.

A 0    B 1    C 2    D 3    E 4    F

4. Определите, сколько существует различных значений  $a$ , при которых уравнение

$$(a^2 - 7)x^2 - 2ax - 3 = 0$$

имеет единственное решение.

Ответ: 4. (A)

Варианты ответа.

A 4    B 3    C 2    D 1    E 0    F

4. Определите, сколько существует различных значений  $a$ , при которых уравнение

$$(3 - a^2)x^2 - 3ax - 1 = 0$$

имеет единственное решение.

Ответ: 2. (C)

Варианты ответа.

A 4    B 3    C 2    D 1    E 0    F

4. Определите, сколько существует различных значений  $a$ , при которых уравнение

$$(a^2 - 5)x^2 - 2ax + 1 = 0$$

имеет единственное решение.

Ответ: 2. (C)

Варианты ответа.

A 0    B 1    C 2    D 3    E 4    F

---

5. Продукт, содержащий первоначально 99% воды, за некоторое время высох и стал содержать 97% воды. Во сколько раз он усох (т.е. уменьшил свой вес)?

**Ответ:** 3. (E)

*Варианты ответа.*

A в 97/99 раз     B в 99/97 раз     C в 103/101 раз     D в 2 раза     E в 3 раза     F

5. Продукт, содержащий первоначально 98% воды, за некоторое время высох и стал содержать 97% воды. Во сколько раз он усох (т.е. уменьшил свой вес)?

**Ответ:** 1.5. (D)

A в 97/98 раз     B в 98/97 раз     C в 103/102 раз     D в 1.5 раза     E в 2 раза     F

5. Продукт, содержащий первоначально 99% воды, за некоторое время высох и стал содержать 98% воды. Во сколько раз он усох (т.е. уменьшил свой вес)?

**Ответ:** 2. (E)

A в 98/99 раз     B в 99/98 раз     C в 102/101 раз     D в 1.5 раза     E в 2 раза     F

5. Продукт, содержащий первоначально 98% воды, за некоторое время высох и стал содержать 95% воды. Во сколько раз он усох (т.е. уменьшил свой вес)?

**Ответ:** 2.5. (D)

A в 95/98 раз     B в 98/95 раз     C в 105/102 раз     D в 2.5 раза     E в 5 раз     F

---

6. Найдите количество корней уравнения

$$3 \frac{3 \sin x - 2}{2 \sin x - 1} - 2 = 3 \frac{1 - \sin x}{2 \sin x - 1},$$

принадлежащих отрезку  $[-\pi/2; 13\pi]$ .

**Ответ:** 7.

6. Найдите количество корней уравнения

$$5 \frac{4 \cos x + 1}{3 \cos x + 2} - 4 = 5 \frac{1 - \cos x}{3 \cos x + 2},$$

принадлежащих отрезку  $[-\pi; 15\pi/2]$ .

**Ответ:** 4.

6. Найдите количество корней уравнения

$$3 \frac{\sin x - 4}{2 \sin x - 3} - 2 = 3 \frac{\sin x + 1}{2 \sin x - 3}.$$

принадлежащих отрезку  $[-3\pi/2; 10\pi]$ .

**Ответ:** 6.

6. Найдите количество корней уравнения

$$5^{\frac{4 \cos x - 4}{5 \cos x - 3}} - 4 = 5^{\frac{1 + \cos x}{5 \cos x - 3}}.$$

принадлежащих отрезку  $[-2\pi; 15\pi/2]$ .

**Ответ:** 5.

---

7. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  угол  $C$  прямой. На стороне  $AC$  как на диаметре построена окружность. Из вершины  $B$  проведена касательная к окружности, отличная от  $BC$ , и  $D$  — точка касания. Точка  $H$  является основанием перпендикуляра, проведенного из точки  $D$  на сторону  $AC$ . Найдите отношение  $DE : EH$ , где  $E$  — точка пересечения  $DH$  и  $AB$ . В ответе укажите найденное число, предварительно округлив его до сотых, если требуется.

**Ответ:** 1.

7. В прямоугольном треугольнике  $KLM$  угол  $M$  прямой. На стороне  $KM$  как на диаметре построена окружность. Из вершины  $L$  проведена касательная к окружности, отличная от  $LM$ , и  $F$  — точка касания. Отрезок  $FG$  является в окружности хордой, перпендикулярной стороне  $KM$ . Найдите отношение  $FG : FA$ , где  $A$  — точка пересечения  $FG$  и  $KL$ . В ответе укажите найденное число, предварительно округлив его до сотых, если требуется.

**Ответ:** 4.

7. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  угол  $C$  прямой. На стороне  $AC$  как на диаметре построена окружность. Из вершины  $B$  проведена касательная к окружности, отличная от  $BC$ , и  $D$  — точка касания. Точка  $H$  является основанием перпендикуляра, проведенного из точки  $D$  на сторону  $AC$ . Найдите отношение  $DH : EH$ , где  $E$  — точка пересечения  $DH$  и  $AB$ . В ответе укажите найденное число, предварительно округлив его до сотых, если требуется.

**Ответ:** 2.

7. В прямоугольном треугольнике  $KLM$  угол  $M$  прямой. На стороне  $KM$  как на диаметре построена окружность. Из вершины  $L$  проведена касательная к окружности, отличная от  $LM$ , и  $F$  — точка касания. Отрезок  $FG$  является в окружности хордой, перпендикулярной стороне  $KM$ . Найдите отношение  $AB : FG$ , где  $A$  и  $B$  — точки пересечения  $FG$  с  $KL$  и  $KM$  соответственно. В ответе укажите найденное число, предварительно округлив его до сотых, если требуется.

**Ответ:** 0.25.

---

8. Найдите сумму корней уравнения

$$\cos^2 x + \cos^2 3x - 2 \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x = \sin^2 4x$$

принадлежащих отрезку  $[\pi; 2\pi]$ . В ответе укажите целое число, наиболее близкое к найденной сумме.

**Ответ:** 33.

8. Найдите сумму корней уравнения

$$\cos^2 x + \cos^2 4x - 2 \cos x \cdot \cos 3x \cdot \cos 4x = \sin^2 5x$$

принадлежащих отрезку  $[-2\pi; -\pi]$ . В ответе укажите целое число, наиболее близкое к найденной сумме.

**Ответ:**  $-42$ .

8. Найдите сумму корней уравнения

$$\cos^2 x + \cos^2 3x - 2 \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x = \sin^2 6x$$

принадлежащих отрезку  $[\pi; 2\pi]$ . В ответе укажите целое число, наиболее близкое к найденной сумме.

**Ответ:** 42.

8. Найдите сумму корней уравнения

$$\cos^2 x + \cos^2 4x - 2 \cos x \cdot \cos 3x \cdot \cos 4x = \sin^2 9x$$

принадлежащих отрезку  $[-2\pi; -\pi]$ . В ответе укажите целое число, наиболее близкое к найденной сумме.

**Ответ:** -61.

9. Три сестры пришли на рынок и продавали поштучно цыплят. Первая принесла 12 цыплят, вторая — 18, третья — 32 цыпленка. Каждая из них часть товара продала утром, а часть — вечером. Утренняя цена одного цыпленка была у всех сестер одинаковая, и вечерняя цена тоже одинаковая, но более низкая (положительная). К вечеру весь товар был распродан, и дневная выручка (за утро и вечер) у всех сестер оказалась одинаковой: 1700 руб. Найдите суммарную вечернюю выручку (в рублях) всех сестер.

**Ответ:** 2100.

9. Три сестры пришли на рынок и продавали поштучно цыплят. Первая принесла 14 цыплят, вторая — 24, третья — 38 цыплят. Каждая из них часть товара продала утром, а часть — вечером. Утренняя цена одного цыпленка была у всех сестер одинаковая, и вечерняя цена тоже одинаковая, но более низкая (положительная). К вечеру весь товар был распродан, и дневная выручка (за утро и вечер) у всех сестер оказалась одинаковой: 1200 рублей. Найдите суммарную утреннюю выручку (в рублях) всех сестер.

**Ответ:** 1980.

9. Три сестры пришли на рынок и продавали поштучно цыплят. Первая принесла 18 цыплят, вторая — 25, третья — 34 цыпленка. Каждая из них часть товара продала утром, а часть — вечером. Утренняя цена одного цыпленка была у всех сестер одинаковая, и вечерняя цена тоже одинаковая, но более низкая (положительная). К вечеру весь товар был распродан, и дневная выручка (за утро и вечер) у всех сестер оказалась одинаковой: 1750 рублей. Найдите суммарную утреннюю выручку (в рублях) всех сестер.

**Ответ:** 2800.

9. Три сестры пришли на рынок и продавали поштучно цыплят. Первая принесла 15 цыплят, вторая — 29, третья — 41 цыпленка. Каждая из них часть товара продала утром, а часть — вечером. Утренняя цена одного цыпленка была у всех сестер одинаковая, и вечерняя цена тоже одинаковая, но более низкая (положительная). К вечеру весь товар был распродан, и дневная выручка (за утро и вечер) у всех сестер оказалась одинаковой: 1720 рублей. Найдите суммарную вечернюю выручку (в рублях) всех сестер.

**Ответ:** 2520.

10. Найдите все значения  $a > 0$ , при которых существуют положительные решения неравенства

$$\frac{x^3}{a + 2013^{4/3}x} + \frac{2013^{4/3}x}{a + x^3} \leq \frac{3}{2} - \frac{a}{x(x^2 + 2013^{4/3})}.$$

В ответе укажите сумму всех найденных целых значений  $a$ .

**Ответ:** 4052169.

10. Найдите все значения  $a > 0$ , при которых существуют положительные решения неравенства

$$\frac{x^3}{a + 2014^{4/3}x} + \frac{2014^{4/3}x}{a + x^3} \leq \frac{3}{2} - \frac{a}{x(x^2 + 2014^{4/3})}.$$

В ответе укажите сумму всех найденных целых значений  $a$ .

**Ответ:** 4056196.

10. Найдите все значения  $a > 0$ , при которых существуют положительные решения неравенства

$$\frac{x^3}{a + 2012^{4/3}x} + \frac{2012^{4/3}x}{a + x^3} \leq \frac{3}{2} - \frac{a}{x(x^2 + 2012^{4/3})}.$$

В ответе укажите сумму всех найденных целых значений  $a$ .

**Ответ:** 4048144.

10. Найдите все значения  $a > 0$ , при которых существуют положительные решения неравенства

$$\frac{x^3}{a + 2015^{4/3}x} + \frac{2015^{4/3}x}{a + x^3} \leq \frac{3}{2} - \frac{a}{x(x^2 + 2015^{4/3})}.$$

В ответе укажите сумму всех найденных целых значений  $a$ .

**Ответ:** 4060225.

---