

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы»

Вариант V-1

1. Найдите все пары натуральных чисел $x, y \in [1; 8]$, удовлетворяющих равенству

$$\sqrt{xx, xxx \dots} = y, yyy \dots$$

(десятичная запись каждого из чисел $xx, xxx \dots$ и $y, yyy \dots$ состоит из бесконечного количества одинаковых цифр).

2. Решите уравнение

$$|\log_{1/2}(x^2) - 2| - |\log_2 x + 2| = \frac{1}{2} \log_{1/\sqrt{2}} x.$$

3. В окружность радиуса 3 вписаны треугольники ABC и AMN . При этом прямая AM проходит через середину E отрезка BC , а прямая BN — через середину F отрезка AC . Найдите периметр треугольника ABC , если $AM : AE = 2 : 1$ и $BN : BF = 17 : 13$.

4. Выясните, сколько корней имеет уравнение

$$\left(21x - 11 + \frac{\sin x}{100}\right) \cdot \sin(6 \arcsin x) \cdot \sqrt{(\pi - 6x)(\pi + x)} = 0.$$

5. Квадрат со стороной 12 требуется разрезать (полностью) на четыре квадрата с целочисленной стороной a , три квадрата с целочисленной стороной b и десять прямоугольников со сторонами a и b . Найдите все значения a и b , при которых это возможно.

март 2013 г.

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы»

Вариант V-2

1. Найдите все пары натуральных чисел $x, y \in [1; 8]$, удовлетворяющих равенству

$$\sqrt{xx, xxx \dots} = y, yyy \dots$$

(десятичная запись каждого из чисел $xx, xxx \dots$ и $y, yyy \dots$ состоит из бесконечного количества одинаковых цифр).

2. Решите уравнение

$$|\log_{1/2}(x^2) - 4| - 2|\log_2(x^2) + 2| = \log_{\sqrt{2}} x.$$

3. В окружность радиуса 3 вписаны треугольники ABC и AMN . При этом прямая AM проходит через середину E отрезка BC , а прямая BN — через середину F отрезка AC . Найдите периметр треугольника ABC , если $AM : AE = 2 : 1$ и $BN : BF = 17 : 13$.

4. Выясните, сколько корней имеет уравнение

$$\left(21x - 11 + \frac{\sin x}{100}\right) \cdot \sin(6 \arcsin x) \cdot \sqrt{(\pi - 6x)(\pi + x)} = 0.$$

5. Квадрат со стороной 12 требуется разрезать (полностью) на четыре квадрата с целочисленной стороной a , три квадрата с целочисленной стороной b и десять прямоугольников со сторонами a и b . Найдите все значения a и b , при которых это возможно.

март 2013 г.

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы»

Вариант V-3

1. Найдите все пары натуральных чисел $x, y \in [1; 8]$, удовлетворяющих равенству

$$\sqrt{xx, xxx \dots} = y, yyy \dots$$

(десятичная запись каждого из чисел $xx, xxx \dots$ и $y, yyy \dots$ состоит из бесконечного количества одинаковых цифр).

2. Решите уравнение

$$|\log_4 x + 1| - |\log_{1/2} x - 1| = \frac{1}{4} \log_{\sqrt{2}} \sqrt{x}.$$

3. В окружность радиуса 3 вписаны треугольники ABC и AMN . При этом прямая AM проходит через середину E отрезка BC , а прямая BN — через середину F отрезка AC . Найдите периметр треугольника ABC , если $AM : AE = 2 : 1$ и $BN : BF = 17 : 13$.

4. Выясните, сколько корней имеет уравнение

$$\left(21x - 11 + \frac{\sin x}{100}\right) \cdot \sin(6 \arcsin x) \cdot \sqrt{(\pi - 6x)(\pi + x)} = 0.$$

5. Квадрат со стороной 12 требуется разрезать (полностью) на четыре квадрата с целочисленной стороной a , три квадрата с целочисленной стороной b и десять прямоугольников со сторонами a и b . Найдите все значения a и b , при которых это возможно.

март 2013 г.

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы»

Вариант V-4

1. Найдите все пары натуральных чисел $x, y \in [1; 8]$, удовлетворяющих равенству

$$\sqrt{xx, xxx \dots} = y, yyy \dots$$

(десятичная запись каждого из чисел $xx, xxx \dots$ и $y, yyy \dots$ состоит из бесконечного количества одинаковых цифр).

2. Решите уравнение

$$2|\log_{1/2} x - 1| - |\log_4(x^2) + 2| = -\frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}} x.$$

3. В окружность радиуса 3 вписаны треугольники ABC и AMN . При этом прямая AM проходит через середину E отрезка BC , а прямая BN — через середину F отрезка AC . Найдите периметр треугольника ABC , если $AM : AE = 2 : 1$ и $BN : BF = 17 : 13$.

4. Выясните, сколько корней имеет уравнение

$$\left(21x - 11 + \frac{\sin x}{100}\right) \cdot \sin(6 \arcsin x) \cdot \sqrt{(\pi - 6x)(\pi + x)} = 0.$$

5. Квадрат со стороной 12 требуется разрезать (полностью) на четыре квадрата с целочисленной стороной a , три квадрата с целочисленной стороной b и десять прямоугольников со сторонами a и b . Найдите все значения a и b , при которых это возможно.

март 2013 г.